ほつれを伴う布の破れのシミュレーション

Cloth Tearing Simulation with Frayed Edges

メタアパノン ナパーポーン* 坂東 洋介*, * 陳 炳宇* 西田 友是*

Napaporn METAAPHANON^{*} Yosuke BANDO^{*, †} Bing-Yu CHEN[‡] and Tomoyuki NISHITA^{*}

| *東京大学 | *The University of Tokyo |
|---------|------------------------------|
| †(株)東芝 | † TOSHIBA Corporation |
| ‡国立台湾大学 | ‡ National Taiwan University |

E-mail: *{noimeta, ybando,nis}@nis-lab.is.s.u-tokyo.ac.jp, ‡robin@ntu.edu.tw

1. はじめに

コンピュータグラフィックスの分野における布の表 現の研究では、主に連続体としての布の変形に焦点が置 かれてきた。典型的には、布は弾性素材のシートとして モデル化され、布の巨視的な幾何形状のみを表すことが できる。このようなモデルは、圧縮や伸びや曲げなどを 表現できるため、一般的な場合には、布の表現に適して いる。ただし、場合によっては布を総体的に扱うことは 十分ではない。例えば、破れた布の場合である。

織布の破れ目には通常、ほつれが図 1(a)のように作ら れる。製織が崩れ、糸が簡単に動く。これは、織布に特 徴的な現象である。多くのコンピュータグラフィックス の研究では、織られた糸同士は相対的に移動しないと仮 定されるため、破れ目のほつれは一般に無視され、ゴム のように滑らかな破れ目だけが表示されるような結果と なる。

本研究はほつれを伴う布の破れをモデル化する方法 を提案する。糸が破れ目で互いに滑ったり、動いたりで きるようにするため、布の各糸をバネー質点系モデルに 基づいてモデル化する。各バネの伸張の比率が上限値を 超えると、バネが一本ずつ切られて、周りのバネが互い に滑るようになる。破れが進み、これらの糸が互いに離 れると、他の近傍の糸がさらに滑り始める。つまり、我々 のモデルでは、ほつれが布を伝播する。我々の方法は、 さまざまな加重をかけたときの、さまざまな布のほつれ の動的挙動を表示できる。



図 1:(a)ほつれを伴う破れた布の例 (b)平織の構造

2. 関連研究

布の破れのシミュレーションは、布シミュレーション と破壊シミュレーションとに関係があるので、以下にそ れぞれの関連研究を述べる。

2.1 布シミュレーション

従来のコンピュータグラフィックスにおける布は一様な材質のシートとしてモデル化されてきた。1988年に Terzopoulos ら [25, 26, 27]は運動と弾性表面エネルギー のラグランジュ方程式を使って、有限差分法により方程 式の解を取得する手法を提案した。Terzopoulos らの手法 を拡張し、Magnenat-Thalmannの研究グループ[7, 29, 31] はより正確なモデルを開発した。Baraff と Witkin[4]は三 角形にグループ分けした離散的な点集合で布をモデル化 した。Breen[2]はエネルギーの最小化に基づいて、布の 正確な構造をモデル化した。より最近は精度の代わりに 計算速度を追求するモデルも開発されている。例えば、 Volino と Thalmann[30]の研究および Provot[23]のグリッ ドモデルが挙げられる。

布シミュレーションの重要な要素は精度と速度だけ ではない。シミュレーションの数値的不安定性を避ける ため、Baraff と Witkin[4]は陰的積分法を用いた。また、 ひだとシワが付いている布をシミュレーションするため、 Bridson ら[3]は、陽的積分と陰的積分を混合する方法を 使用した。他の研究は衝突処理[1,5,30]や曲げモデル[3, 9]や布の座屈の表現[6,33]や伸縮しにくい布の表現[1,10, 23]などを提案した。

上記の技術は全て、布の動的ほつれを表すように意図 されていない。いくつかの手法は布の破れをシミュレー ションできるが、糸レベルのモデル化を行わないため、 一般に、滑らかな破れ目しか表現できない。

もちろん、我々の方法は最初の糸レベルの織布モデル 化方法ではない。例えば、Peirce[22]の糸レベルモデルや Kemp[14]の改良 Peirce モデルや、Warren[32]の糸の交点 の曲線モデルなどが存在する。最近のモデルとしては、 Jiang と Chen[13]による B スプライン曲線に基づいた静 的な織布モデルと、Nadler ら[18]の二スケールの有限要 素法がある。これらの研究は、主に、布の非線形的な挙 動を表現・予測することを目的とした、繊維工業のため のモデルであり、動的なほつれを伴う布のアニメーショ ンに適当ではない。Kaldor ら[15]はコンピュータグラフ ィックス用途の糸レベルの編物のモデルを提案したが、 破れとほつれは考慮されていない。

2.2 破壊シミュレーション

コンピュータグラフィックスの分野で、破壊シミュレ ーションは数種類の材質について研究された。1988年に、 Terzopoulos と Fleischer[25, 26]は 紙や布のような材料を 破る技術を示した。また、O'Brien と Hodgins[21]の脆性 破壊のシミュレーションや O'Brien らの[20]延性破壊の シミュレーションも有限要素法に基づいたものである。

Norton ら [19] はバネー質点系システムを使用して、 大変形によって壊れる固体をモデル化した。Hirota ら [12] もバネー質点系を使用して、亀裂を伴う泥の乾燥を モデル化した。Smith ら [24] はバネー質点系の代わりに、 拘束力に基づいて、脆性物体の粉砕をシミュレーション した。Müller ら [17] の方法と同様に、 このモデルにお ける亀裂は多角形の辺に沿って発生・伝播する。

残念ながら、上記の方法はいずれも破れた布の動的な ほつれをシミュレートする目的には直接使用できない。

3. 織布のモデリング

本節はまず、織布の基本的な構造を説明する。次に、 布の破れていない部分をシミュレートするための「基本 モデル」と破れおよびほつれをシミュレートするための 「糸レベルモデル」を説明する。最後に、いつ、どのよ うに基本モデルから糸レベルモデルに遷移するかを説明 する。

3.1 織布の仕組み

織布は、おそらく工学応用で最も一般的に使用される 布である[28]。織布は、主に縦糸と横糸から形成される。 垂直に張られた縦糸に対して、横糸が絡みながら水平に 張られる。これらの糸の質や織り方などが布の機械的特 性を制御する[11]。最も簡単な織り方は「平織」である。 平織は図 1(b)に示すように、各横糸が単に縦糸を上と下 に繰り返しにまたいだ織り方である。

説明の簡略化のため、以下における製織パターンは平 織を仮定するが、提案法は他の製織パターンにも簡単に 適用できる。6節では、あや織りの例も示す。

3.2 基本モデル

基本モデルは、布の破れていない部分をシミュレート するためのものであり、図 2(a)のようにバネー質点系 に基づく。各質点に付いているバネには3種類ある:構 造バネ、曲げバネ、せん断バネである。構造バネはすぐ 隣同士の質点をつなぎ、曲げバネは一つ飛ばした質点を つなぐ。せん断バネは斜め方向の質点をつなぎ、圧縮さ れた場合のみ効力を発揮する[33]。我々は糸レベルモデ ルへの円滑な移行のため、四辺形のメッシュを使用する。 基本モデルは連続体として布を扱うが、二つのモデル間 の一貫性のため、基本モデルは糸レベルの解像度を持つ。 一般的な三角形メッシュおよび粗い格子を使用しても、 一貫性を維持できるようにするのは今後の課題とする。



図 2:提案法による2種類の布モデル

3.3 糸レベルモデル

糸レベルモデルにおいては、個々の糸は互いに重なり 合う横糸もしくは縦糸として明示的にモデル化する。各 糸は一連の質点とバネで構成される。静止状態では、横 糸にある一つの質点と縦糸にあるもう一つの質点が糸の 交点に位置するように配置する。この二つの質点をマス カップルと呼ぶ。マスカップルの二つの質点は、布の法 線ベクトル*î*cの方向に布の厚さ*T*だけ分離されている(図 2(b))。布の法線ベクトル*î*cは、マスカップルの二つの質 点に接続している質点間のベクトルの外積から計算され る(図 3(a))。マスカップルの状態は二つがあり、「接続 状態」と「切断状態」と呼ぶ。

「接続状態」では、マスカップルのそれぞれ質点に付 いている横糸バネと縦糸バネが、もう片方の上で滑るこ とはできても貫通はしないようにいくつかの制約を適用 する。この考えは、十分に接近した物体間にはたらく反 発力の考えと類似している。しかし、我々はシステム内 のすべてのバネの組ではなく、同じマスカップルに付い たバネの間だけで近傍チェックを行う。



図 3: (a) 布の法線ベクトル(b) 最も近いバネのペア の法線ベクトル

制約を適用する処理においては、まず、マスカップル に付いている横糸バネと縦糸バネの最近点対を見つける。 このステップでは、一つのマスカップルが最大で二つの 横糸バネと二つの縦糸バネに接続しているので、最大 4 組のチェックが必要である。一つのバネについては法線 ベクトル \hat{n}_s の方向に制約を適用し、もう一つのバネには 逆向きの法線ベクトル $-\hat{n}_s$ の方向に制約を適用する。最 も近いバネのペアの法線ベクトルは、最近点対の一点か ら他の点までの方向から計算できる。ただし、制約を適 用する対象は質点であるから、バネの端点に重心座標に よって重み付けして制約を適用することで最近点対での 制約が満たされるようにする[1]。図 3 (b) に示すように、 最近点対を $a \ge b \ge 1$ 、それらの端点を p_a 、 q_a 、 p_b 、 $q_b \ge$ する。最短距離を $d \ge 1$ 、最近点対 $a \ge b$ の線分 $p_a q_a \ge$ $p_b q_b \ge 0$ 割合をそれぞれ $t_a \ge t_b \ge 1$ れば、新しい位置 p_a 、 q_a 、 p_b 、 q_b は

 $p'_{a} = p_{a} + (1 - t_{a})(d - T)\hat{n}_{s}$ $q'_{a} = q_{a} + t_{a}(d - T)\hat{n}_{s}$ $p'_{b} = p_{b} - (1 - t_{b})(d - T)\hat{n}_{s}$ $q'_{b} = q_{b} - t_{b}(d - T)\hat{n}_{s}$

「切断状態」では、位置調整は行わない。マスカップ ルに付いている横糸バネと縦糸バネの間の距離が指定さ れた閾値以上になると、そのマスカップルの状態を「切 断状態」に変化させる。

3.4 モデルの遷移

二つのモデル間の遷移のため、横糸バネと縦糸バネの 番号をデータ構造に入れる。また、製織パターンに従っ て、横糸と縦糸とどちらが上にあるかのフラグも入れる。 基本モデルから糸レベルモデルへ遷移すれば、マスカッ プルは布の面に沿って横糸質点と縦糸質点に分割される。 分割された質点の速度は元の質点の速度と同じで、質量 は半分になる。次に、マスカップルに付いている構造バ ネは横糸バネと縦糸バネに選別し、それらのバネを該当 質点に付ける。運動量と角運動量は保存される。分割さ れる前の質点の質量と速度をm_{base}、 v_{base}とし、縦糸質 点と横糸質点の質量と速度をm_{warp}、 v_{warp}、 m_{weft}、 v_{weft} とすると運動量は

$$\begin{split} m_{base}\vec{v}_{base} &= \frac{m_{base}}{2}\vec{v}_{base} + \frac{m_{base}}{2}\vec{v}_{base} \\ m_{base}\vec{v}_{base} &= m_{warp}\vec{v}_{warp} + m_{weft}\vec{v}_{weft} \end{split}$$

と表される。布の厚さをTとし、重心からの相対位置ベクトルをRとする。

$$R_{warp} = \frac{T}{2}(\hat{n}), R_{weft} = \frac{T}{2}(-\hat{n})$$
$$R_{warp} = -R_{weft}$$

角運動量Lは

$$L_{warp} + L_{weft} = R_{warp} m_{warp} \vec{v}_{warp} + R_{weft} m_{weft} \vec{v}_{weft}$$
$$L_{system} = 0$$

である。

曲げバネの付け替え方は構造バネと同様である。縦 糸にある曲げバネは縦糸質点に付け、横糸にある曲げバ ネは横糸質点に付ける(図4左上)。しかし、せん断バ ネの場合は、複製の必要がある。二つの複製したせん断 バネは、同じ平面上の質点間(上または下)に接続する。 または、片方の質点が基本モデルの場合は、同じ元の質 点に接続する(図4右上)。複製されたバネの強さ(バ ネ定数)は元のバネの半分になる。



図 4:上段の図は、モデルの遷移時における曲げバネ(左) とせん断バネ(右)の更新のしかたを示す。下の図は、 質点を分割し、モデルの遷移が伝播する様子を示す。

バネのひずみが閾値を越えると、モデルの遷移を行 う。ひずみ限度のを超えたバネの両端の質点は図 4 左下 のようにマスカップルに分割される。この閾値は、一般 に、バネが切れるための限界ひずみ量より小さい。分割 は近傍の質点まで伝播させ、その範囲は織りのパターン が切り替わる(横糸と縦糸の上下が入れ替わる)質点ま でとする(図 4 右下)。

各バネのひずみ上限値に乱数で変動を与えておくこ とで、バネはの切断位置が直線に並ばないようにするこ とができる。その結果、ナイフで切る場合と異なり、自 然な破れ目を作成できる。

4. シミュレーション

各シミュレーションループは下記のようになる:

すべての質点と布以外の剛体に力を適用する

すべての速度を更新する

•Müller らの方法に従って、速度にダンピングを適 用する •すべての位置を更新する

- 制約を適用する
- ●衝突を処理する
- •ひずみを更新して、必要に応じてモデルを遷移す
- る。そして、ひずみ上限以上のバネを切る
 - ●速度の後処理

布の運動の積分には、我々は小さなタイムステップ を利用して陽的オイラー法を複数回適用した。

4.1 ひずみの制限

布の糸は一般に大きくは伸張しない。そこで、バネを 大きく伸張しないように、Muller らの制約投影法を適用 する。一つのバネの長さを修正することにより別のバネ の長さも変わるので、この制約的影法は本来、収束する まで繰り返し適用する必要がある。ただし、我々の目的 は布の破れを表現することなので、収束する(すべての バネがひずみ限度内に収まる)までは反復計算しない。 反復の最小数は、すべてのバネが自然長より最大10パー セント以内の伸張に収まる反復回数とした。

制約投影法を適用してから、各バネのひずみを計算す る。このステップでは、任意のひずみ限度以上のバネが 切られる。

4.2 自己衝突

本モデルにおける主な衝突タイプはエッジ(バネ)間 衝突になる。二つの動いているエッジ間の衝突を検出す るため、二つの連続フレーム間の中で、二つのエッジが 接触している時間tがあるか調べる。2つのエッジが接触 している時、二つのエッジの四つの端点は同一平面上に ある。エッジ $\vec{x}_1\vec{x}_2$ とエッジ $\vec{x}_3\vec{x}_4$ の両端の速度を \vec{v}_1 、 \vec{v}_2 、 \vec{v}_3 、 \vec{v}_4 とする。両方のエッジが等速で動くと仮定すると、以 下の式を解くことで衝突時間tを計算できる:

 $(\vec{x}_{31} + t\vec{v}_{31}) \cdot ((\vec{x}_{21} + t\vec{v}_{21}) \times (\vec{x}_{43} + t\vec{v}_{43})) = 0$

ここで前フレームの時刻をt = 0、現在のフレームの時刻 をt = 1とする。区間[0,1]の外にある解は破棄される。複 数の解が残っている場合は、最小のものを衝突時間とし て選ぶ。さもなければ、衝突が起こらなかったと判断す る。衝突時間tの計算には、通常の浮動小数点演算では 誤差が出るので、より正確な区間演算[8]を使用した。

4.3 剛体との衝突

本研究では布の質点と剛体表面間の衝突だけを扱う。 質点のみ考慮した場合、バネが剛体内部に貫通する可能 性があるが、実験した限り見た目に大きな影響はなかっ た。

5. 糸のレンダリング

詳細な織布の外見を表現するため、また、2 種類のモ デル(基本モデルと糸レベルモデル)間の境界を滑らか に見せるため、布は織り糸のレベルでレンダリングする。 基本モデルの場合、各質点の位置に布の法線ベクトルと 法線ベクトルの逆方向に布の厚さの半分を追加すること で、横糸の位置と縦糸の位置を計算できる。どちらが縦 糸か横糸かは織り方によって決まる。この処理は 3.4 節 で述べた質点分割処理と同じである。横糸の位置と縦糸 の位置を計算してから、それぞれの糸は補間され、 Catmull-Rom スプラインとして描かれる。また、破れた 糸の末端の引き伸ばされた様子が見えるようにアルファ ブレンディングも適用する。

糸のシェーディングについては、Kajiya-Kay[16]とラン バートのシェーディングを併用する。

6. 実験結果

提案法の結果を図 5-図 8 に示す。タイムステップサ イズは 1/240 秒に設定し、フレームにつき 20 ステップの シミュレーションを行った。C++および OpenGL を用い て実装を行い、Intel Core 2 Duo CPU, 2GHz, メモリ 2GB のマシンで実験を行った。

我々は、二つのボールに掴まれた布が引き裂かれる 様々な状況をシミュレートした。図 5には、最初に 3200 質点がある布が二つのボールに角を掴まれて、破れる様 子を示した。この場面のシミュレーションには1フレー ムあたり平均2秒が掛かった。別の例は、いくつかのア ニメーションシーケンスとして図 7に示す。図 7の正方 形の布は初めに 4096 質点がある。その場面は、平均的に 1フレームあたり 8秒の計算時間が掛かった。



図 5:二つのボールで角を掴んで、布を破った例

図 6 には、3200 質点がある布を示す。布は左右の端 を剛体にしっかり取り付けられていて、投げたボールに よって破れた。この場面をシミュレートするには平均的 に 1.5 秒掛かる。

図 8には布を破るいくつかの他の例を、同じ場面のレ ンダリングの結果とワイヤーフレームモデルの両方で示 す。ワイヤーフレームモデルは基本モデルと糸レベルモ デルがどう組み合わされているかを示す。基本モデルの 領域は紫で表し、糸レベルモデルの領域は青色で表示し



た。

図 6:2つの製織パターン の布を投げたボールで破った例:左は平織、右はあや織り



図 7:2つのボールに掴まれた布を 破るアニメーション



図 8: レンダリングの結果とワイヤーフレームモデル

7. まとめと今後の課題

本稿では、ほつれを伴う布の破れのシミュレーショ ン方法を提案した。詳細な布の破れをモデル化する始 めての試みであると考えている。我々の手法は、布全 体をシートとしてモデル化するのではなく、それぞれ の横糸と縦糸を切断することができる。その結果とし て、破れ目のほつれという、破れた布に一般的に見ら れる特徴が表現できた。 我々の方法の制限の1つは、全体の布を糸レベルの 解像度でシミュレートするので、糸の密度の高い布を 表現するためには、多数の質点とバネが必要となり、 計算コストが高くなることである。布の破れていない 部分を粗い解像度でシミュレーションする手法の開発 を今後の課題としたい。

参考文献

- R. Bridson, R. Fedkiw, J. Anderson. "Robust treatment of collisions, contact and friction for cloth animation," ACM Transactions on Graphics, vol.21, no.3, pp.594-603, 2002.
- [2] D. E. Breen, D. H. House, M. J. Wozny. "Predicting the drape of woven cloth using interacting particles," ACM SIGGRAPH 1994 Conference Proceedings, pp.365-372, 1994
- [3] R. Bridson, S. Marino, R. Fedkiw. "Simulation of clothing with folds and wrinkles," ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.28-36, 2003.
- [4] D. Baraff, A. Witkin. "Large steps in cloth simulation," ACM SIGGRAPH 1998 Conference Proceedings, pp.43-54, 1988.
- [5] D. Baraff, A. Witkin, M. Kass. "Untangling cloth," ACM Transactions on Graphics, vol.22, no.3, pp.862-870, 2003.
- [6] K. J. Choi, H. S. Ko. "Stable but responsive cloth," ACM Transactions on Graphics, vol.21, no.3, pp.604-611, 2002.
- [7] M. Carignan, Y. Yang, N. M. Thalmann, D. Thalmann. "Dressing animated synthetic actors with complex deformable clothes," ACM SIGGRAPH 1992 Computer Graphics, vol.26, no.2, pp.99-104, 1992.
- [8] C. Ericson. "Real-time collision detection," Morgan Kaufmann, 2004.
- [9] E. Grinspun, A. N. Hirani, M. Desbrun, P. Schröder. "Discrete shells," ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, pp.62-67, 2003.
- [10] R. Goldenthal, D. Harmon, R. Fattal, M. Bercovier, E. Grinspun. "Efficient simulation of inextensible cloth," ACM Transactions on Graphics, vol.26, no.3, pp.49, 2007.
- [11] D. H. House, D. E. Breen. "Cloth modeling and animation," A. K. Peters, Ltd., 2000.
- [12] K. Hirota, Y. Tanoue, T. Kaneko. "Generation of crack patterns with a physical model," The Visual Computer, vol.14, no.3, pp.126-137, 1998.
- [13] Y. Jiang, X. Chen. "Geometric and algebraic algorithms for modeling yarn in woven fabrics," Journal of the Textile Institute, vol.96, pp.237-245, 2005.
- [14] A. Kemp. "An extension of peirce cloth geometry to the treatment on non-circular threads," Journal of Textile Institute, vol.49, pp.44-48, 1958.
- [15] J. Kaldor, D. L. James, S. Marschner. "Simulating knitted cloth at the yarn level," ACM Transaction on Graphics, vol.27, no.3, pp.65:1-65:9, 2008.
- [16] J. T. Kajiya, T. L. Kay. "Rendering fur with three dimensional textures," ACM SIGGRAPH 1989 Computer Graphics, vol.23, no.3, pp.271-280, 1989.
- [17] M. Müller, B. Heidelberger, M. Hennix, J. Ratcliff. "Position based dynamics," Journal of Visual Communication and Image Representation, vol.18, no.2, pp.109-118, 2007.
- [18] B. Nadler, P. Papadopoulos, D. J. Steigmann. "Multiscale constitutive modeling and numerical simulation of fabric material," International Journal of Solids and Structures, vol.43, no.2, pp.206-221, 2006.
- [19] A. Norton, G. Turk, R. Bacon, J. Gerth, P. Sweeney. "Animation of fracture by physical modeling," The Visual Computer, vol.7, no.4, pp.210-219, 1991.

- [20] J. F. O'Brien, A. W. Bargteil, J. K. Hodgins. "Graphical modeling and animation of ductile fracture," ACM Transactions on Graphics, vol.21, no.3, pp.291-294, 2002.
- [21] J. F. O'Brien, J. K. Hodgins. "Graphical modeling and animation of brittle fracture," ACM SIGGRAPH 1999, Conference Proceedings, pp.137-146, 1999.
- [22] F. T. Peirce. "The geometry of cloth structure," Journal of the Textile Institute, vol.28, pp.45, 1937.
- [23] X. Provot. "Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior," Proceedings of the 1995 Conference on Graphics Interface, pp. 147-154, 1995.
- [24] J. Smith, A. Witkin, D. Baraff. "Fast and controllable simulation of the shattering of brittle objects," Computer Graphics Forum, vol.20, no.2, pp.81-91, 2001.
- [25] D. Terzopoulos, K. Fleischer. "Modeling inelastic deformation: viscoelasticity, plasticity, fracture," ACM SIGGRAPH Computer Graphics, vol.22, no.3, pp.269-278, 1988.
- [26] D. Terzopoulos, K. W. Fleischer. "Deformable models," The Visual Computer, vol.4, no.6, pp.306-331, 1988.
- [27] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, K. Fleischer. "Elastically deformable models," ACM SIGGRAPH computer Graphics, vol.21, no.3, pp.205-214, 1987.
- [28] P. Tan, L. Tong, G. P. Steven. "Modelling for predicting the mechanical properties of textile composites-a review," Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol.28, no.11, pp.903-922, 1997.
- [29] P. Volino, M. Courchesne, N. Magnenat Thalmann. "Versatile and efficient techniques for simulating cloth and other deformable objects," ACM SIGGRAPH 1995 Conference Proceedings, pp.137-144, 1995.
- [30] P. Volino, N. M. Thalmann. "Implementing fast cloth simulation with collision response," Computer Graphics International 2000 Conference Proceedings, pp.257-266, 2000.
- [31] P. Volino, N. M. Thalmann, S. Jianhua, D. Thalmann. "An evolving system for simulating clothes on virtual actors," IEEE Computer Graphics and Applications, vol.16, no.5, pp.42-51, 1996.
- [32] W. E. Warren. "The elastic properties of woven polymeric fabric," Polymer Engineering and Science, vol.30, no.20, pp.1309-1313, 1990.
- [33] C. Zhou, X. Jin, C. C. L. Wang. "Shear buckling and dynamic bending in cloth simulation," Computer Animation and Virtual Worlds, vol.19, no.3-4, pp.493-503, 2008.