

所望の集光模様を生成する透明物体の一設計法

A Method for Designing Transparent Objects Generating Desired Caustics Patterns

楽 詠灝[†] 岩崎 慶[‡] 陳 炳宇^{††} 土橋 宜典^{‡‡} 西田 友是[†]

Yonghao YUE[†] Kei IWASAKI[‡] Bing-Yu CHEN^{††} Yoshinori DOBASHI^{‡‡} and Tomoyuki NISHITA[†]

[†] 東京大学 [†] The University of Tokyo [‡] 和歌山大学 [‡] Wakayama University

^{††} 国立台湾大学 ^{††} National Taiwan University ^{‡‡} 北海道大学 ^{‡‡} Hokkaido University

E-mail: [†]{yonghao, nishita}@k.u-tokyo.ac.jp, [‡]iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp

^{††} robin@ntu.edu.tw, ^{‡‡}doba@ime.ist.hokudai.ac.jp

1. はじめに

日常生活において、我々はさまざまな集光模様(コースティクス)を観察することができる。例えば、テーブル上のワイングラスに当たった光はテーブル上に集光模様を形成し、プールのような透明な波面に当たった光は、プールの底に波状の集光模様を形成する。こうした集光模様はしばしば印象的で、多くのアーティストや研究者を魅了し、集光模様を効率よくレンダリングするさまざまな方法(例えば[15, 1, 9, 8, 13, 14])が提案されてきた。

本稿で我々は、所望の集光模様を画像として与えたとき、その集光模様を生成する透明物体をいかに設計するか、という逆問題に着目し、その一解決法を提案する。例えば図1に示すように、ユーザがロゴマークを所望の集光模様として指定し、提案法を用いて透明物体を成形し、光源とスクリーン間に透明物体を適切に設置すると、スクリーン上に所望の集光模様が現れる。ユーザはその透明物体を太陽光で照らして壁に現れる集光模様を観察することもできる。このようなアーティストックな集光模様を生成する透明物体が製作可能になれば、アートとして展示したり、透明なキーホルダーを作成したり、他にも様々な面白い応用が考えられる。こうしたアーティストックな応用を我々はコースティクスアートと呼ぶ。

2. 本研究の位置づけ

本研究で考える逆問題をより一般化すると、所望の照明状況が与えられたとき、いかにしてその状況を実現するか、という問題を考えることができる。この一般化した問題には様々なアプローチが考えられる。目的の照明状況の種類に応じて従来研究を分類すると、所望の影を実現する方法[2]、陰

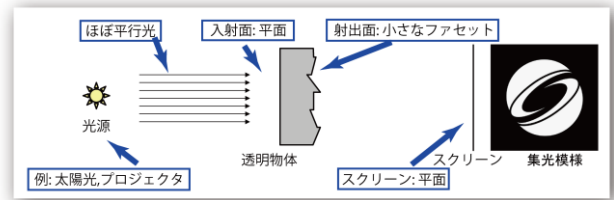


図1. 提案法における問題設定。

影を実現するためのレリーフの設計法[3]、表面下散乱を実現するための方法[17]、また、プラズマやホログラムを用いる方法などが開発されてきた。集光模様を生成するための物体の設計法としては、反射光学系(鏡面)や屈折光学系(透明屈折物体)を利用した方法が考えられる。反射光学系を用いた方法には、古くから知られている魔鏡[4,7,11,12]があり、また近年にはNC機械(数値制御(NC)による加工を行う工作機械)を用いて反射面を設計する方法[5]が提案された。しかし、屈折光学系に基づく方法に関する研究は、ごく最近まで未着手であった。コンピュータビジョンの分野では、例えば、文献[18]の方法が開発されているが、この方法で得られる物体形状は、高精度なNC機械を用いても加工することが難しいことが知られている[19]。CG分野では、我々の研究と同時期にPapasらが類似する方法[19]を開発している。

本研究では、屈折光学系に注目し、所望の集光模様を生成する透明物体の形状を自動的に計算する方法を提案する。提案法によって生成された物体形状はフレネルレンズに似ている。すなわち、光源に面している側は平面で、その反対の面は小さな凹凸のあるファセットから構成されている(図1参照)。透明物体の外観からは、どのような集光模様が生成されるのか想像することは難しい。

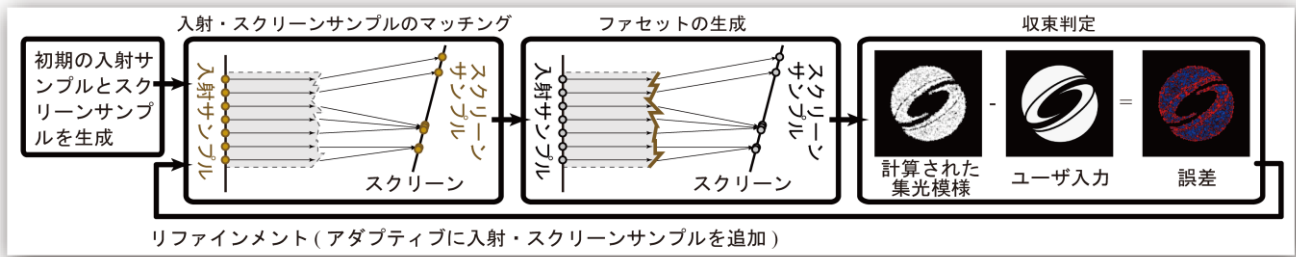


図 2. 提案法の処理の流れ.

3. 提案法の概要

所望の集光模様を生成する物体の設計は不良設定問題である。仮に光源、物体、スクリーンの位置関係を指定しても、物体の表面形状は無数の候補が考えられる。そのため、いくつかの単純化や仮定をおく必要がある。以下では、問題設定と仮定を述べ、我々のアプローチを示す。

3.1. 問題設定と仮定

本稿での問題設定を図1に示す。まず光源として、太陽光や離れた点光源のように、平行光源とみなせるものを仮定する。次に、透明物体は薄い直方体あるいは立方体のように表面が平面状のものを想定し、光源から発せられた光は透明物体のある平面に入射すると仮定する。この平面のことを**入射面**と呼ぶことにする。物体に入射した光は、物体を透過し、反対の面から物体の外にぬける。この反対の面のことを**射出面**と呼ぶことにする。なお、物体内の屈折率は一様と仮定する。射出面には**メソ構造**があり、すなわち、巨視的に見ると射出面は入射面に平行であるが、射出面は異なる法線ベクトルをもつ小さなファセットの集合から構成されている。従って、光線の束が通過したファセットが異なれば、光線の束はファセットの法線に応じて異なる方向へ屈折する。屈折した光線の束はスクリーンに到達し、集光模様を形成する。提案法では、射出面のファセットの形状と法線を計算することによって、ユーザの指定した任意の集光模様を実現する。ただし、集光模様の最大輝度は、光源の強さと物体の透明度によって変動するので、提案法では、生成される集光模様の輝度分布が、所望の集光模様の輝度分布に比例することを目的とする。

ユーザが集光模様を観察するとき、透明物体の入射面を光源に対して垂直に向けるのが自然であると考えられるので、入射面へ光が垂直に入射すると仮定する。スクリーン面については、光源に対して垂直であることを限定しない。壁やス

クリーンに対して、一般には太陽光は垂直に入射しないので、この仮定は太陽光を光源として用いる場合に有用である。

透明物体とスクリーンの距離は物体の大きさに対して十分に離れているとする。この仮定によって、スクリーンの法線方向とスクリーンに入射する光線方向の間の角度(正確には \cos 項)は、光線が通過したファセットによらずにほぼ一定とみなせる。

3.2. 提案法のアプローチ

図 2 に提案法の処理の流れを示す。提案法の基本的なアイデアは、射出面を構成する小さなファセットの集合を生成し、それらファセットの法線を定めることによって、所望の集光模様を形成することである。各ファセットの法線は、近隣のファセットの法線とは無関係に決定する。したがって、各ファセットを通過した光線の束はそれぞれ特定の方向に屈折する。スクリーンに到達した光が所望の集光模様を形成するには、それぞれのファセットの法線を適切に調節し、特定の領域に光を集めればよい。これらのファセットは下記の手順で生成する。

提案法では、まず入射面とスクリーン上に同数のサンプルを生成する。入射面上のサンプルを入射サンプル、スクリーン上のサンプルをスクリーンサンプルと呼ぶことにする。次に提案法では、入射サンプルとスクリーンサンプル間に一対一の関係を確認する。この一対一の関係は、サンプル間の距離に基づいた最適化問題として定式化でき、グラフ理論のマッチング問題として解くことができる。次に、入射サンプルを用いて射出面をボロノイ分割することによって、ファセットの集合に分割する。これにより、各ファセットは一組の入射サンプルとスクリーンサンプルのペアに関連づけられる。入射面へは光が平行にかつ垂直に入射すると仮定したので、物体内に透過した光もまた平行である。従って、ファセット

の法線の向きは、物体内を通過した光がスクリーンサンプルに向かうように、スネルの法則を用いて決定できる。

生成される集光模様品の品質は、ファセットの数(すなわち入射サンプルとスクリーンサンプルの数)に依存する。ファセットの数が少なすぎると、生成される集光模様のクオリティが低くなってしまふ。この問題を解決するため、提案法ではリファインメントステップを導入して、射出面のメソ構造をアダプティブに改良する。

リファインメントの基本的なアイデアは、シミュレーションされた集光模様と所望の集光模様間の差分に基づいて、光を再分配することである。ここで、シミュレーションされた集光模様が所望の集光模様よりも明るい暗い領域を、差分が正/負である領域と称する。差分が正の領域に向けられた光を負の領域に向かうように光を再分配するために、差分が正の領域に光が屈折するファセットを抽出し、それらのファセットを分割し、光が負の領域に向かうようにする。リファインメントのステップは、所望の集光模様とシミュレーションされた集光模様の差が十分に小さくなるまで繰り返す。

4. 提案法の詳細

4.1 初期サンプルの生成

入射サンプルとスクリーンサンプルを生成するとき、各々のサンプルが代表する光のエネルギーがほぼ一定量になるようにする。この条件は、入射サンプルとスクリーンサンプルをそれぞれ、入射光の輝度分布と入力集光模様の輝度分布に比例した確率密度分布でサンプルを生成することにより実現できる。任意の確率密度分布に従ってサンプルを生成するため、提案法では Clarberg ら[6]の hierarchical warping 法を用いた。

4.2 入射サンプルとスクリーンサンプルのマッチング

前述のように、提案法では下記の三つの仮定を導入した: 1) 入射サンプルとスクリーンサンプルは同数で、それぞれ N 個ずつである; 2) 各々のサンプルが代表する光のエネルギーはほぼ等しい; 3) スクリーンに入射する光の入射角のばらつきによる影響は無視できる(\cos 項を定数と近似できる)。これらの仮定の下では、入射サンプルとスクリーンサンプルの間に

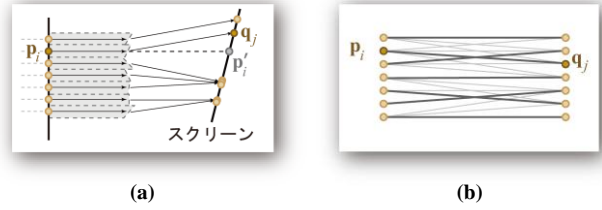


図3. 提案法では(a)に示した q_j と p_i 間の距離を最小化することを考える。(b)は、入射サンプルとスクリーンサンプルから構成される二部グラフの完全マッチングの例を示す。

任意の一対一の対応関係を構築して、所望の集光模様を実現することができる。その中でも、我々は下記の対応が最適であると考え。

図 3(a)に示すように、 $p_i (1 \leq i \leq N)$ を入射サンプルとし、 p'_i を p_i を通過した光線を延長してスクリーンと交差した点とする。また、 $q_j (1 \leq j \leq N)$ をスクリーンサンプルとする。提案法では、 p_i と q_j を対応付けるとき、スクリーン上の距離 $|q_j - p'_i|$ をなるべく小さくすることを考える。こうすることにより、下記二点のメリットが得られる。まず、 \cos 項を定数と仮定する影響が小さくなる。また、実際にスクリーンや物体、光源を設置するとき、位置ずれが発生した場合の集光模様の歪みを小さくすることができる。

最適な対応付けは下記のように定式化される。まず、任意の対応付けは、1 から N までの整数の並び替え σ によって表すことができる。すなわち、 $j = \sigma(i)$ ならば、入射サンプル p_i とスクリーンサンプル q_j が対応する。提案法では、入射サンプル p_i とスクリーンサンプル $q_{\sigma(i)}$ のペアのスクリーン上での距離 $|q_{\sigma(i)} - p'_i|$ を考え、全ペアについての最大値 $\max_{1 \leq i \leq N} |q_{\sigma(i)} - p'_i|$ を最小にすることを考える。すると、最適な対応付け σ は、下記の式で表せる。

$$\sigma = \arg \min_{\sigma} \left(\max_{1 \leq i \leq N} |q_{\sigma(i)} - p'_i| \right) \quad (1)$$

最適な対応付け σ を求めるため、提案法ではグラフ理論を用いる。図 3(b)に示すように、二部グラフ G を考える。この二部グラフの二つの頂点集合はそれぞれ p_i と q_i とに関連付けられ、すべての p_i と q_i を含む。また、これらの頂点間を結ぶエッジとして p_i と q_j のペアを考える(より具体的には、 p_i と q_j を対応付ける可能性があればその間をエッジで結ぶ)。すると、この二部グラフにおける任意の完全マッチングは、ひとつの

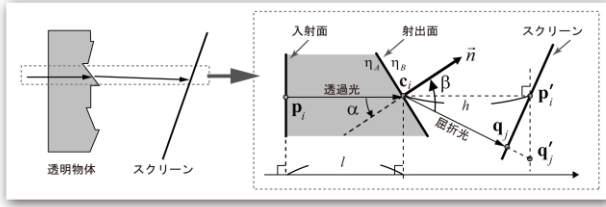


図4. 射出面上のファセット形状の計算.

一対一対応を表す. この点に着目すると, 最適な対応関係を見つけるには, 式(1)を最小化するような完全マッチングを見つければよいことがわかる.

この問題を解くために下記の性質に着目する. 仮に最適な対応関係が既知であるとし, r を q_j と p'_i 間の距離の最大値, すなわち

$$r = \max_{1 \leq i \leq N} |q_{\sigma(i)} - p'_i| \quad (2)$$

とすると, 最適な対応付けでは, すべてのペアのスクリーン上での距離は r 以下となる. また, この対応付けは最適であるので, すべてのペアのスクリーン上での距離が r 未満であるような対応付けは存在しない. すなわち, p_i と q_j を頂点とする完全二部グラフ G から, ペアのスクリーン上での距離が r 以上に対応するエッジをすべて取り除いて作った誘導グラフには, 完全マッチングは存在しない. この性質を利用すれば, r と, 目的の対応関係を求める問題を次の問題に帰着できる. G から, ペアのスクリーン上での距離が s 以上に対応するエッジをすべて取り除いて作った誘導グラフを $G(s)$ とし, $G(s)$ が完全マッチングを持つかどうか調べる. このとき, $G(s)$ が完全マッチングを持つ最小の s が r であり, 対応する完全マッチングが最適な対応関係となる. 提案法では, この問題を s に関する二分法を用いて近似的に解く. なお, 完全グラフを計算するために, Lemon というグラフ理論のライブラリ[9]を用いた.

4.3 ファセットの生成

3.2節で仮定したように, 光は透明物体中を平行に通過する. また, 図4に示すように, 各ファセットの中心 c_i と入射面の距離を l (定数) とすると, c_i は解析的に求めることができる. ファセットの中心 c_i を求めた後, 射出面をボロノイ分割し, 各ボロノイセルの法線を下記のように決める.

図4に示すように, p_i, p'_i, c_i を含む透明物体の断面を考える.

\vec{n} をファセットの法線, α と β をそれぞれ射出面における入射角と屈折角とし, h を p'_i と c_i 間の距離とする. また, η_A と η_B をそれぞれ物体と空気の屈折率とし, q'_j を図4に示すように, 直線 $c_i q_j$ 上の点で, 直線 $c_i p'_i$ と直線 $p'_i q'_j$ が垂直になる点とする. すると,

$$|q'_j - p'_i| = h \tan(\beta - \alpha) \quad (3)$$

が成り立ち, またスネルの法則から

$$\eta_A \sin \alpha = \eta_B \sin \beta \quad (4)$$

が成り立つ.

これらの式を用いると, 法線 \vec{n} を求めるのに必要な角度 α は

$$\tan \alpha = \frac{\eta_B |q'_j - p'_i|}{\eta_A \sqrt{h^2 + |q'_j - p'_i|^2} - \eta_B h} \quad (5)$$

から求められる.

4.4 収束判定とリファインメント

入力集光模様との誤差を調べるため, 提案法では, 計算された射出面の形状に対して, light tracing [15]を行い, 集光模様をシミュレーションする. なお, 集光模様をシミュレーションする際の画像の解像度は, 入力集光模様の解像度と同じに設定し, 形状計算の際に定数として近似した \cos 項もシミュレーションの際に正確に考慮に入れる. また, 集光模様のシミュレーションは, 特定の波長について行い, 分光の影響は考慮しない.

誤差を計算するには, まず入力集光模様とシミュレーションした集光模様の画像の明るさを正規化して, 総和が等しくなるようにする. 続いて, シミュレーションした集光模様から入力集光模様を引き, 差分を計算する. 差分において, 正(負)の部分は, シミュレーションした集光模様の輝度が入力集光模様の輝度より高い(低い)部分に対応している. 図2に差分が正, 負の領域をそれぞれ赤と青で示した. もし, 誤差の絶対値の最大値が閾値よりも小さければ, 結果を出力して処理を打ち切る. そうでなければ, 次に示すリファインメントステップを行う.

誤差を減らす基本的な考え方は, 差分が正の領域に向けられた光を, 差分が負の領域に再配分することである. この目的のため, 我々は新たなスクリーンサンプルを差分が正と負

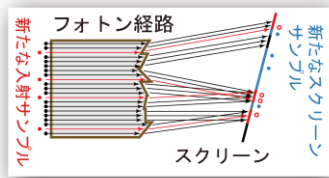


図 5. 光のエネルギーの再配分.

の領域の双方に同数ずつ追加する. これらのサンプルは, 差分の絶対値に比例するような確率密度分布に従って生成される. 差分が正の領域に向けられた光を, 差分が負の領域に再配分する手順は次の通りである.

まず, 新たな入射サンプルを生成する. このとき, これらの入射サンプルの位置は図 5 に示すように, 差分が正の領域に追加されたスクリーンサンプルから逆方向に光子を追跡することによって求める. この追跡を容易に行うため, 集光模様をシミュレーションするとき, 各ピクセルについて, フォトンが入射してきた入射面上の位置を記憶するリストを保持しておく. そして, このリストに記憶された入射位置からランダムにひとつ選び, 新たな入射サンプルとする. 各ファセットが小さくなりすぎないようにするには, 新たに生成される入射サンプルは, 既存の入射サンプルから一定以上の距離離れていなければならない. 提案法では棄却サンプリングを行うことによって, この条件を満たすようにする. すなわち, もし新たに生成したスクリーンサンプルから光子を逆に追跡して新たな入射サンプルを生成することができなければ, そのスクリーンサンプルを捨て, 新たなスクリーンサンプルを生成してさらに新たな入射サンプルを生成することを試みる. この試行を入射サンプルが生成されるまで繰り返す. もし, 一定回数繰り返しても入射サンプルを生成できなければ, リファインメント処理を打ち切る. もし, 差分が正の領域のすべてのスクリーンサンプルに対して, 入射サンプルを生成することができれば, 差分が正の領域に新たに生成したスクリーンサンプルをすべて捨てる.

次に, これらの新たな入射サンプルと(差が負の領域に生成された)新たなスクリーンサンプルについて, 4.2 節に述べたマッチングのアルゴリズムを適用し, さらに 4.3 節の計算法をすべてのサンプルに適用して, 射出面の構造を計算する.

図 6 にリファインメント処理の効果を表す例(SIGGRAPH ロゴ)を示す. この例では初期サンプルとして 1024 ずつの入

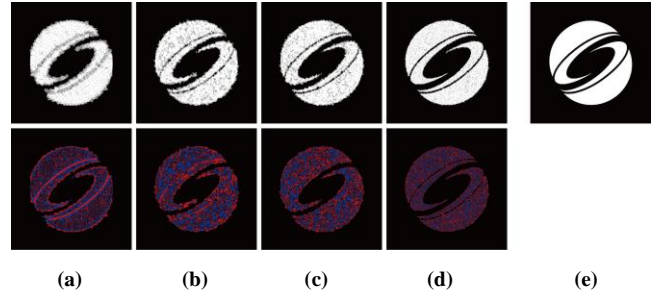


図 6. (a)リファインメントなしの場合. (b)から(d): リファインメントステップをそれぞれ 1, 2, 10 回行った場合. (e): 入力画像.

射・スクリーンサンプルが生成され, 以降各リファインメントステップにつき, 各々1024 サンプルずつ追加した. 図 6(a)に示したリファインメントを行わない場合の結果では, エッジなどのシャープな部分がクリアに表現できていないことがわかる. リファインメント処理を繰り返していくと, こうしたシャープな部分はよりクリアに表現できるようになる.

5. 応用例

提案法に基づいたコースティクスアートの例を示す. なお, 物体形状の計算には, 1.6GHz の Intel Core2 Duo CPU を搭載したノート PC (MacBook Air) を使用した. 各例での計算時間は, リファインメントのステップ一回あたり約一分であった.

まず図 7(a)に, “CAUSTICS ART” という文字を入力した集光模様として指定し, 提案法を用いて形状を計算したプレート状の透明物体が生成する集光模様を示す. 次に, 水底に映る集光模様を入力として用いた場合の例を図 7(b)に示す. 図 7(b)の例では, 壁と光源の色をそれぞれ青と白に設定した.

提案法を複数の面のペアに適用することもできる. これにより, 図 7(c)に示すように, 立方体の三組の面に対して提案法を適用して, 複数の集光模様を同時に生成できる物体を設計することができる. また, 正十二面体や正二十面体に拡張すれば, より多くの集光模様を同時に生成することもできる.

次に図 7(d)に示すように, カラーの集光模様も実現可能である. この例の入力は, SIGGRAPH 2011 のロゴマークである. カラーの集光模様を生成するには, 入力面を三つの領域 R_r , R_g , R_b に分割し, それぞれに赤, 緑, 青のカラーフィルターを貼り付ければよい. 提案法をこれら三つの領域に対して独立に適用して, 色成分ごとの集光模様を生成するためのメソ構造を計算した. なお, ユーザは三つの領域の形状を任意に

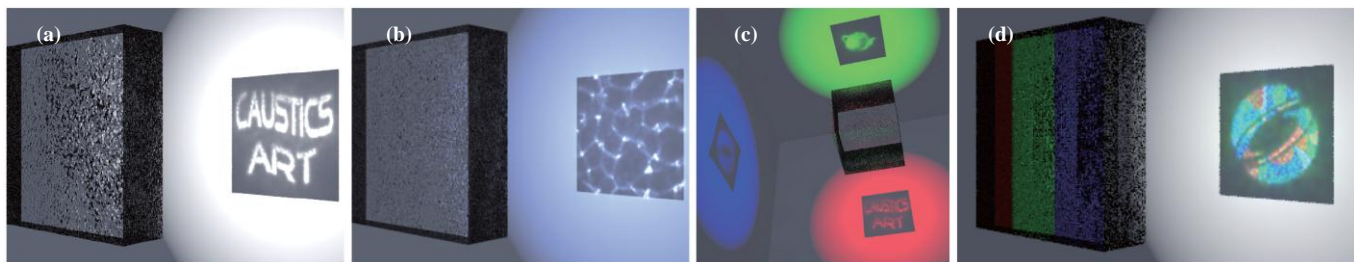


図 7. 提案法により計算した透明物体形状を用いて、フォトンマップ法により照明計算を行った例。

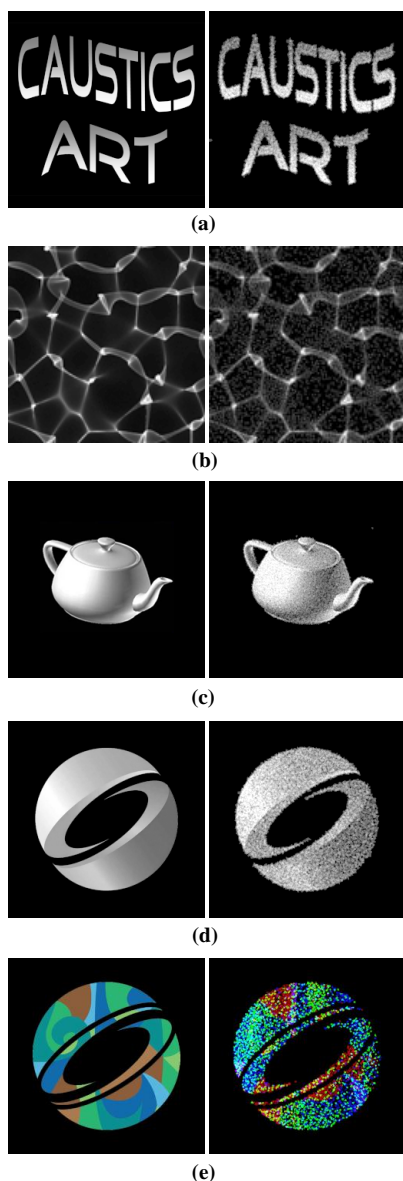


図 8. (a)から(e)において、左に示した図は、図 7 に示した適用例における入力集光模様を表し、右に示した図は、提案法により計算した透明物体形状を用いて、light tracing[15]によってシミュレーションした集光模様を表す。

指定でき、より複雑な(例えばランダムな)分割も指定可能である。

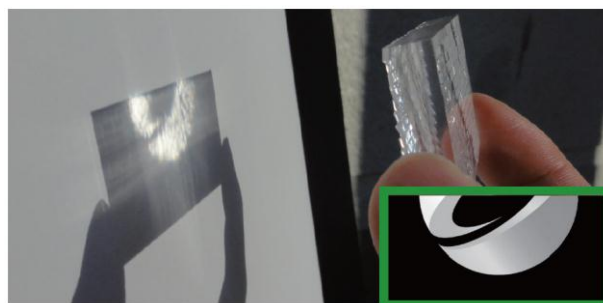


図 9. 透明物体の製作例と、太陽光下における集光模様。緑枠内に入力の集光模様を示す

図 7(a)から(d)までの適用例における入力集光模様と、より詳細なシミュレーション結果は図 8 に示した。

最後に、アクリル樹脂を用いて、プロトタイプを作成した例を図 9 に示す。光源は太陽光である。この物体はフレネルレンズの加工を専門とする会社により、NC 機械によって切削された。物体の大きさは厚さ 8mm、幅と高さはそれぞれ 60mm と 30mm であり、ファセットの数は 450 である。切削には先端径 R が 0.5mm の刃を用いた。先端径が有限の大きさであるので、切削された物体の凹部(ファセットの一部の境界部)は丸みを帯び、そこを通過した光は設計時とは異なる方向へ屈折する。この効果を弱めるため、ファセットの中心間距離が $4R$ 以上になるようにした。なお、先端径が 0.02mm の刃もあるため、より細かなファセットを作ることも可能である。

6. 提案法の制約と考察

一般的な透明物体の屈折率は光の波長に応じてわずかに異なるため、製作した物体に光源をあてると、観察される集光模様には若干分光が見られる。通常分光の効果は小さく、ファセットの形状を設計するときには無視しても差し支えない。もし分光の効果を軽減したい場合には、5 節で述べたカラーの集光模様を実現する方法を応用することができる。

提案法では、射出面の最終形状は、ファセットの集合を自

動的につながり合わせて生成される。このとき、ファセット間に小さな垂直な境界面が生成される。この部分を光が通過すると、予期しない領域に集光模様がでる可能性があるが、通常こうした集光模様はほとんど観察することができない。

製作した物体を配置して集光模様を観察するとき、設計時に想定した配置と異なると、観察される集光模様が所望の集光模様と異なることが考えられる。

7. まとめと今後の課題

本稿では、新たなアート要素であるコースティクスアートを提案し、その実現のためのプロトタイプシステムを提案した。提案法はポイントサンプリングとグラフ理論のマッチング問題を用いてファセットの領域を設計し、スネルの法則に基づいてファセットの法線ベクトルを求めた。また、メソ構造をアダプティブに改良して、所望の集光模様に近づけるためのリファインメントステップを導入した。

今後の課題として、より複雑なコースティクスアートの実現が考えられる。提案法ではスクリーンとして平面を仮定したが、煙などのボリューム物体に投影することも考えられる。この場合、煙が発生する場合のみに集光模様を観察できるように制御可能である。また、異なる焦点距離において、異なる集光模様を生成するような射出面の設計法も考えられる。このために、屈折した光の分布を最適化する方法が必要になると考えられる。

文 献

- [1] T. Nishita, E. Nakamae, "Method of displaying optical effects within water using accumulation buffer," Proc. SIGGRAPH '94, pp. 373-379 (1994).
- [2] N. Mitra, M. Pauly, "Shadow art," ACM Transactions on Graphics, 28(5), (Proc. SIGGRAPH ASIA 2009), pp. 156:1-156:7 (2009).
- [3] M. Alexa, W. Matusik, "Reliefs as images," ACM Transactions on Graphics, 29(4), (Proc. SIGGRAPH 2010), pp. 60:1-60:7 (2010).
- [4] K. Kugimiya, "'makyoh': The 2000 year old technology still alive," Journal of Crystal Growth, 103(1-4), pp. 420 - 422 (1990).
- [5] T. Weyrich, P. Peers, W. Matusik, S. Rusinkiewicz, "Fabricating microgeometry for custom surface reflectance," ACM Transactions on Graphics, 28(3), (Proc. SIGGRAPH 2009), pp. 32:1-32:6 (2009).
- [6] P. Clarberg, W. Jarosz, T. Akenine-Möller, H.W. Jensen, "Wavelet importance sampling: efficiently evaluating products of complex functions," ACM Transactions on Graphics, 24(3), (Proc. SIGGRAPH 2005), pp. 1166-1175 (2005).
- [7] A.V. Gitin, "System approach to image formation in a magic mirror," Applied Optics, 48(7), pp. 1268-1273 (2009).
- [8] I. Ihrke, G. Ziegler, A. Tevs, C. Theobalt, M. Magnor, H.-P. Seidel, "Eikonal rendering: efficient light transport in refractive objects," ACM Transactions on Graphics, 26(3), (Proc. SIGGRAPH 2007), pp.59:1-59:10 (2007)
- [9] K. Iwasaki, Y. Dobashi, T. Nishita, "A fast rendering method for refractive and reflective caustics due to water surfaces," Computer Graphics Forum, 22(3), pp. 601-609 (2003).
- [10] Lemon: Library for efficient modeling and optimization in networks. <http://lemon.cs.elte.hu/trac/lemon>
- [11] F. Riesz, "Geometrical optical model of the image formation in makyoh (magic-mirror) topography," Journal of Physics D: Applied Physics, 33(23), pp. 3033-3040 (2000).
- [12] F. Riesz, "Makyoh topography: a simple yet powerful optical method for flatness and defect characterization of mirror-like surfaces," Proc. SPIE 5458 (Optical Micro- and Nanometrology in Manufacturing Technology), pp.86-100 (2004).
- [13] X. Sun, K. Zhou, E. Stollnitz, J. Shi, B. Guo, "Interactive relighting of dynamic refractive objects," ACM Transactions on Graphics, 27(3), (Proc. SIGGRAPH 2008), pp.35:1-35:9 (2008).
- [14] X.Sun, K.Zhou, S.Lin, B.Guo, "Line space gathering for single scattering in large scenes," ACM Transactions on Graphics, 29(4), (Proc. SIGGRAPH 2010), pp. 54:1-54:8 (2010).
- [15] M.Watt, "Light-water interaction using backward beam tracing," Computer Graphics, 24(4), (Proc. SIGGRAPH 1990), pp.377-385 (1990).
- [16] J. Arvo, "Backward Ray Tracing," SIGGRAPH'86 Course Notes (Developments in Ray Tracing), 12 (1986).
- [17] Y. Dong, J. Wang, F. Pellacini, X. Tong, B. Guo, "Fabricating spatially-varying subsurface scattering," ACM Transactions on Graphics, 29(4), (Proc. SIGGRAPH 2010), pp.62:1-62:10 (2010).
- [18] M. Finckh, H. Dammertz, H. Lensch, "Geometry construction from caustic images," Proc. European Conference on Computer Vision (ECCV) (2010).
- [19] M. Papas, W. Jarosz, W. Jakob, S. Rusinkiewicz, W. Matusik, T. Weyrich, "Goal-based Caustics," Computer Graphics Forum, 30(2), pp.503-511 (2011).