

所望の集光模様を生成するための連続面からなる透明物体の形状設計法 A Design Method of Transparent Objects with Continuous Surfaces for Generating Desired Caustics Patterns

楽 詠瀬[†] 岩崎 慶[‡] 陳 炳宇^{††} 土橋 宜典^{‡‡} 西田 友是[†]

Yonghao YUE[†] Kei IWASAKI[‡] Bing-Yu CHEN^{††} Yoshinori DOBASHI^{‡‡} and Tomoyuki NISHITA[†]

[†] 東京大学 [†] The University of Tokyo [‡] 和歌山大学 [‡] Wakayama University

^{††} 国立臺灣大學 ^{††} National Taiwan University ^{‡‡} 北海道大学 ^{‡‡} Hokkaido University

E-mail: [†] {yonghao, nis}@nis-lab.is.s.u-tokyo.ac.jp, [‡] iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp

^{††} robin@ntu.edu.tw, ^{‡‡} doba@ime.ist.hokudai.ac.jp

1. はじめに

近年、CG分野では所望の照明効果を得るための物体の設計方法に関する研究が盛んに行われている。例えば、目的の反射フィールド[1]、影[2]、陰影[3]、表面下散乱[4,5]、ホログラム[6]、表面反射[7]などの効果を得る為の方法が開発されてきた。本稿では、日常的に観察できる集光模様(コースティクス)に着目し、ユーザの入力した所望の集光模様が(画像として)与えられたとき、その集光模様を生成する透明物体(一般に材質はアクリル)の形状を求め、という問題を考える。

具体的には、図1に示すように、透明物体を光源(平行光と仮定)とスクリーン(平面)の間に置くと、光が屈折してスクリーン上に集光模様が形成される状況を実現したい。また、透明物体は入射面(光が入射する面)を平面と仮定し、射出面(光が屈折する面)を計算することが目的である。さらに、コンピュータによるシミュレーションにとどまることなく、NC機器による実物の試作も行う。

従来、所望の集光模様を実現する方法として、文献[8,9,10,11]の方法が開発されてきたが、これらのアプローチでは、生成される射出面あるいは集光模様が連続的ではないため、集光模様の表現能力に制約を受ける。そこで、本研究では、射出面が連続面となるような形状設計法を扱う。これにより、表現能力の高い集光模様を実現することをめざす。

表現能力に関する要件は、1)焦点が合った状態で、透明物体が実現できる集光模様の品質に関する要件と、2)焦点から外れた状態で観測できる集光模様に関する要件とを考えると、これらはさらに次の五項目に細分できる。(i)自然画像などの複雑な集光模様を生成できる、(ii)高解像度な集光模様を生成できる、(iii)明るい領域だけでなく、暗い領域の表現能力も高い、(iv)焦点が合う範囲が広い、(v)焦点から外れた場合でも観測される集光模様が連続的で自然にみえる。(iv)は、透明物体とスクリーン間の距離や、透明物体の角度の変動に対して、得られる集光模様の品質が大幅に劣化することを防ぎ、光源や物体の設置条件等が多少悪くても、所望の集光模様が生成されるための要件であり、(v)は、我々が日常的に観察できる連続的な集光模様の印象に合うようにするための要件である。

2節で述べるように、従来法[8,9,10,11]は、上記(i)から(v)のうち、一つ以上の項目を満足することができない。本研究では、これらの項目をすべて満足できる透明物体の設計法の開発が目的である。

2. 関連研究と本研究の位置づけ

従来法[8,9,10,11]は次の二つのアプローチに分類できる。一つ目は、Finckhらの方法[8]で、射出面にランダムに凹凸を

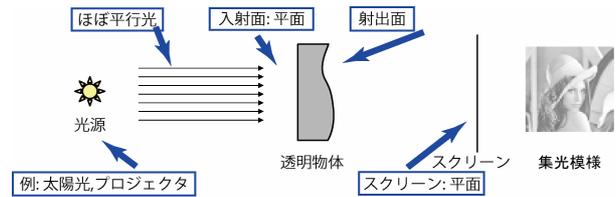


図1. 本研究における問題設定.

加えながら変化させ、解となる射出面を探索する方法である。二つ目は、文献[9,10,11]の方法で、入射面とスクリーンとに到達する光の間の対応関係を求め、この対応関係に応じて光が屈折するように、射出面の形状を求める方法である。

一つ目のアプローチでは、解空間は非常に複雑で、多数の局所解がある。このため、複雑な集光模様を生成する物体形状を得ること(1節の項目(i))ができない[9]。

二つ目のアプローチでは、対応関係を求める方法がキーポイントである。しかし、従来法ではこの対応関係は離散的である。すなわち、従来法では、入射面と射出面はそれぞれ小領域の集合に分割され、入射面と射出面上の小領域間に対応関係を確立する。具体的には、Papasらの方法[9]では、入射面は格子状に、集光模様はガウシアンカーネルの集合に分割され、焼きなまし法で対応関係を求める。楽らの方法[10]では、入射面と屈折面はファセットに分割され、二部グラフのマッチングにより対応関係を求める。Yueらの方法[11]では、これらのファセットが並べ替え可能なアクリル棒で実現される。

これらの方法[9,10,11]では、入射面上の隣り合う小領域に入射した光は、一般にスクリーン上の離れた(もしくは重なり合う)小領域に投影される。この不連続性のため、次の問題が起こる。まず、小領域の大きさに関する制約、もしくは製作機械の制約(カッターの刃の半径など)のために、各小領域は一定以上の大きさが必要であり、実現できる集光模様の解像度(1節の項目(ii))が制限される。次に、集光模様の明るさは基本的に重なり合う小領域の数で決まり、(各々の小領域の大きさはほぼ同じなので)小領域一つ分以下の明るさを実現できない。このため、表現できるダイナミックレンジが制限される(1節の項目(iii))。さらに、焦点が合う範囲(1節の項目(iv))が狭く、また、焦点が合わない位置に透明物体をおいた場合、集光模様が離散的に見える(1節の項目(v))。

本稿では、上述の問題を解決するための透明物体の形状設計法を提案する。提案法は、上述の二つ目のアプローチに分類されるが、入射面に到達する光とスクリーンに到達する光との間に連続的な対応関係を求める点が特徴的である。この特徴のため、得られる射出面は連続面となり、また射出面か

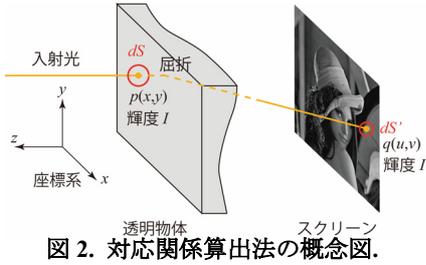
ら射出された光の分布も連続的である。これらの性質により、上述の問題点をすべて解決できると考えられる。

3. 提案法

提案法の処理は二つのステージから構成される。第一のステージでは、入射面に到達する光とスクリーンに到達する光との間の対応関係を求める。第二のステージでは、得られた対応関係から射出面の形状を計算する。以下順に説明する。

3.1 対応関係の算出法

図2に示すように、提案法では、平行光の方向を z 軸にとり、入射面を z 軸に垂直な平面とする。入射面上の点は、 x, y 座標を用いて表せる。光は垂直に入射面に入射するの



で、光は屈折せずに物体内を直進して射出面に到達する。射出面の各点の z 成分は、 x, y についての一価関数として表せる。射出面上で光は屈折し、スクリーン上の点に到達する。入射面上の点と区別するため、スクリーン上の点の x, y 成分は、 u, v を用いて表す。以下では簡便のため、特に断りがない場合、入射面上の点とスクリーン上の点を表す場合は z 成分を明記せず、 (x,y) や (u,v) のように表す。

光の経路は、入射面上の点 $p(x,y)$ とスクリーン上の点 $q(u,v)$ との間の対応関係として表せる。提案法では、この対応関係が1対1対応である場合を考え、集光の度合いを光の密度により表現する。すなわち、スクリーン上の各微小領域で所望の集光模様の輝度分布を表現するためには、入射面上のどの領域の光を集めてくればよいか、という問題を考える。この問題は、次に示す二つの条件を満たすような、 $q(u,v)$ から $p(x,y)$ への写像を求める問題として定式化できる。

一つ目の条件は、この写像が(一部の特異点や特異線分を除いて)全域で連続的であることである。これにより、射出面として連続的なものを得ることができる。二つ目の条件は、この写像が光量の保存を満たすことである。すなわち、入射面上の点の周りの微小な領域 dS から輝度 I で入射した光が、スクリーン上の点の周りの微小な領域 dS' に輝度 I' で到達した場合、 $I dS = I' dS'$ が成立することである。以下、この写像を求める方法を述べる。なお、この写像は解析的に求めることが難しいので、微分幾何学の幾何フローに基づいた方法を用いる。

$q(u,v)$ から $p(x,y)$ への写像は、 u, v を用いた x, y のパラメータ化(parameterization)と考えることができる。すなわち、形式的には $x=f(u,v)$, $y=g(u,v)$ のように、 x, y は u, v の何らかの関数であり、 u, v を指定すると x, y が定まる。提案法では、このパラメータ化を少しずつ変化させながら、目的の写像に近づけていく。すなわち、まず、 $x=u$, $y=v$ という連続的な初期パラメータ化から出発する。次に、第一の条件であるパラメータ化の連続性を保証したまま、第二の条件である光量の保存がより満たされるように、このパラメータ化を少しずつ更新していく。

u, v によるパラメータ化の下では、光量は次のように定義できる(図4参照)。まず、各点の周りの微小領域の“広がり”は、 x, y の u, v に関する偏微分から構成されるヤコビアン J として、

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} \quad (1)$$

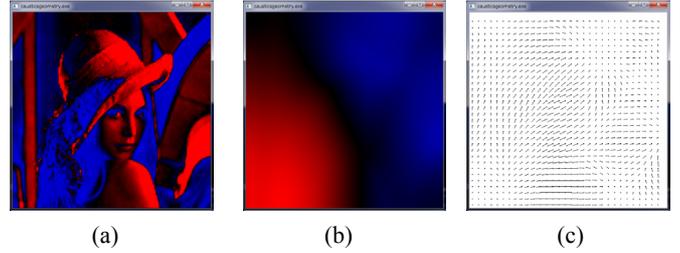


図 3. (a) 差分値 S (赤は正の値, 青は負の値を表している). (b) 圧力場 ϕ . (c) ベクトル場 $\nabla \phi$.

と表すことができる。集光模様と初期パラメータ化の組をとると、スクリーン上の各点における光量は、その点での集光模様の輝度とヤコビアンをそれぞれ C と J とすると、 CJ と表せる。また、入射面に到達する光の分布(一般的には一様光だが、理論上は任意の分布を扱える)と計算途中のパラメータ化の組を取り、入射面上の対応点における入射光の輝度とヤコビアンを L と J' とすると、光量は LJ' と表せる。もし、ある写像が任意の点で $CJ=LJ'$ を満たせば、その写像が求めるべき写像である。計算の途中では、 $CJ=LJ'$ は必ずしも成立しておらず差がある。この差分 S (図3(a)参照。図3の例では、所望の集光模様は図8(a)で、入射面における入射光の輝度分布は一様としたを、

図 4. 光量計算の説明図。

$S = CJ - LJ'$ (2) と定め、この差分を縮小するように、スクリーン上の点 $q(u,v)$ に対応する入射面上の点 $p(x,y)$ を連続的に動かして、パラメータ化を更新することを考える。この更新は、光量の差分に対する勾配 ∇S を利用して、 $\partial p / \partial t = \nabla S$ (ここで、 t は計算の経過を表す仮想的な時間)として更新することも考えられるが、 ∇S は一般に極めて不連続で勾配が無限大になる場合もあるので、計算を安定的に行うことが難しい。

そこで、提案法では、流体力学の考え方を応用して下記のように計算する(等積パラメータ表示を求める文献[12]の方法とも関連する)。まず、光量の差分にはプラスの領域とマイナスの領域があるが、これらをそれぞれ物理的にsourceとsinkと解釈する。流体力学の考え方を利用すると、このようなsourceとsinkを緩和するためには、

$$\nabla^2 \phi = -\nabla S \quad (3)$$

というポアソン方程式を解いて圧力場 ϕ (図3(b)参照)を求め、 ϕ の勾配方向に沿って各点を動かせばよい。すなわち、

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \nabla \phi \quad (4)$$

とする。 $\nabla \phi$ (図3(c)参照)は ∇S と異なり、きわめて滑らかなベクトル場であり、各点の更新をロバストに扱うことができる。

提案法では、式(4)に従って、順次パラメータ表示を更新していき、十分に収束したら計算を打ち切る(図5参照。この例では7ステップで十分に収束した。またそのときのパラメータ化(メッシュ表示)の拡大図を図6に示した)。

3.2 射出面の計算法

射出面は一価関数として仮定したので、その z 成分は、 $z=h(x,y)$ のように表せる。射出面の法線方向は、

$$N = (-\partial h / \partial x, -\partial h / \partial y, 1) \quad (5)$$

と表せる。従って、 x, y 成分のみに着目すると、

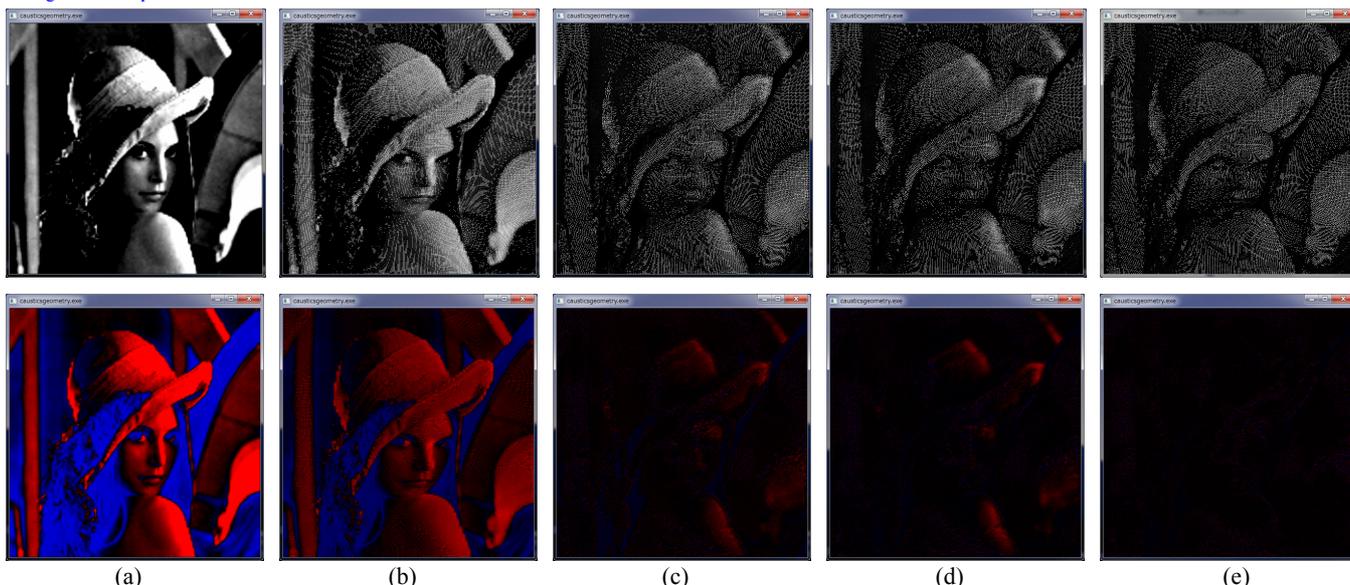


図 5. 対応関係算出の様子. (a) 初期状態, (b)~(e) 1, 3, 5, 7 ステップ経過後. 上段: パラメータ化のメッシュ表示(メッシュは細かい
ため表示が難しいので, 各頂点を差分 S に基づいて色付け(グレースケール)を行った). 下段: 差分表示(赤は正, 青は負の値).



図 6. 図 5(e)のパラメータ化のメッシュ表示の拡大図. 集光模様で輝度が高い部分に相当する領域ではメッシュ間隔が広い. このため, より広い領域からの光がスクリーン上に集まり, 集光模様の輝度が高くなる.

$$N = -\nabla h \quad (6)$$

と表せる. 式(6)の両辺にさらに ∇ を乗算して,

$$\nabla^2 h = -\nabla \cdot N \quad (7)$$

というポアソン方程式を得る(文献[13]の方法と類似). 射出面上の各点での法線がわかると, 法線場から式(7)により射出面を計算できる. なお, 法線を計算するには, 屈折における入射角と屈折角および法線の関係を記述したスネルの法則を利用する. 入射光の入射方向は z 軸と一致しているので, 屈折角がわかれば, 法線を計算できる. スクリーン上の対応点の位置がわかっているので, 屈折角を求めるには, 射出面上の位置 (z 成分)が必要だが, 射出面はまだ求まっていないので, 計算は少し工夫が必要である. 提案法では, 射出面を平面として初期化し, 下記二つのステップを反復させて射出面の形状を更新しながら求める. ステップ1では, 屈折角を計算して,

法線を求める. ステップ2では, 得られた法線場を元に, 式(7)を解いて射出面を更新する. なお, この反復は数ステップで収束する.

3.3 ディスカッション

提案法で計算された対応関係について補足説明する. 提案法では, 射出面上の点 $p(x,y)$ とスクリーン上の点 $q(u,v)$ との対応関係を求めたが, その座標の差分 $(u-x, v-y)$ をすべて点について考えると, この差分はベクトル場となる. Helmholtz 分解の考え方によれば, 一般にベクトル場は非圧縮成分(勾配が0の場合)と圧縮成分(回転が0の場合)の合成で表せる. 提案法では, 初期のパラメータ化は回転成分がなく, その後の各ステップの更新は式(4)に従うが, $\nabla \times \nabla \phi = 0$ であることから, 回転成分が足されることはない. つまり, 提案法で得られる対応関係には非圧縮成分がない. 一方, 非圧縮成分のみからなる任意のベクトル場は, 面積を保存するので, 提案法で得られる対応関係に非圧縮成分の対応関係を合成しても, 目的の集光模様を実現できる. この意味で, 提案法で得られる対応関係は, “最小の”対応関係ということができる.

4. 実装

提案法では, 三角形メッシュを用いてパラメータ化を表現する. また, 光量計算では, 各点の“広がり”を表すヤコビアンを計算する代わりに, メッシュの頂点をノードとするポロノイ図を計算し, 各ポロノイセルの領域内で, 対応する輝度分布を積分して光量をもとめる. 式(3)および式(7)のポアソン方程式は, これらのメッシュ上で有限要素法を利用して解く. なお, 有限要素法の解法には FEniCS ライブラリ[14]を利用し, 区分的に二次の解を求めた.

メッシュ頂点の更新は, 式(4)を離散化し, $p(t_{n+1}) = p(t_n) + \nabla \phi \Delta t$ (ここで n は計算のステップ数)により行う. Δt はすべての三角形が裏返らないように次のように決定する. まず, 各三角形 i について, その三角形が裏返らないような最大の Δt_i を求める(更新前後の三角形の向きが同じであることを調べることで求める). 次に, $\Delta t = \min(A, B \min \Delta t_i)$ によって Δt を決定する. ここで A, B は定数であり, 本稿では $A=0.95, B=0.5$ とした.

5. 計算結果

図8(a)に示す集光模様を入力とした場合の計算結果を示す. 入力画像の解像度は 512×512 であった. 得られた対応関係(パラメータ化)は図6に示す通りで, この対応関係を元に, 計

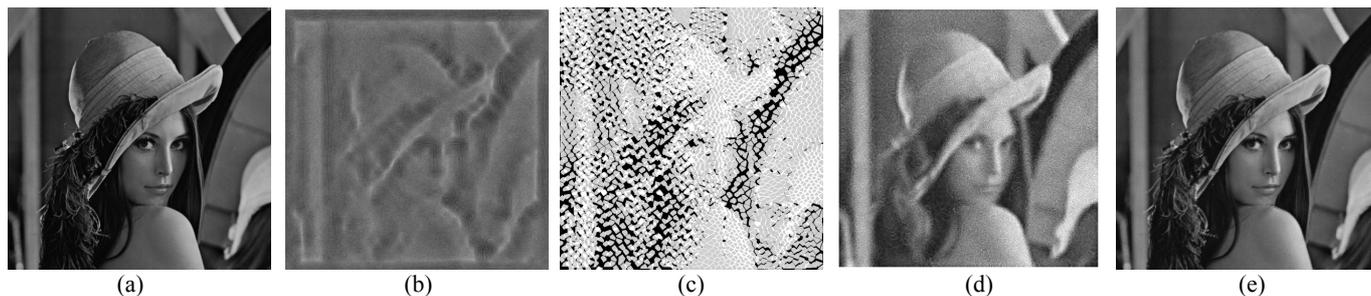


図8. 集光模様シミュレーション結果による比較. (a) 入力集光模様. (b)-(d) 文献[8,9,10]の方法による結果. (e) 提案法の結果. 画像(b)と(c)は、文献[9]から転載した.



図7. 計算された射出面(起伏を1.5倍に誇張して表示).



図9. 射出面とスクリーンとの距離を変化させた場合のシミュレーション結果. 左から順に、焦点距離の0.5倍, 1.0倍, 1.5倍, 2.0倍とした場合.

算した射出面を図7に示す(3.2節で述べた反復計算は5回で収束した). なお、射出面の計算では、物体は100mm角の亚克力を想定し、焦点距離は200mmと設定した. このとき、厚みの最も薄いところと厚いところの差は5.2mmであった. この射出面による集光模様を逆レイトレーシング法でシミュレーションした結果を図8(e)に示す. 帽子のテクスチャのパターンや、髪の毛の細かなパターンまで再現できていることがわかる. また、従来法[8,9,10]のシミュレーション結果を図8(b),(c),(d)に示す. 従来法と比較して、提案法の方が細部に至るまで表現できているといえる.

図9に、射出面とスクリーンとの距離を変化させた場合のシミュレーション結果を示す. 焦点が合う距離の半分にした場合や、1.5倍にした場合、集光模様は多少の変形を伴うが、集光模様のパターンが認識できることがわかる. また、距離の変化に伴い、集光模様は滑らかに変化した.

図10に、NC機械(Roland MODELAシリーズ MDX-40A)を用いて製作した透明物体により生成された集光模様を示す. なお、実験段階のため、製作精度を落としており、集光模様はぼやけて見える.



図10. NC機械により作製した透明物体(左)と、その集光模様(右).

6. まとめと今後の課題

本稿では、表現能力の高い集光模様を実現するための形状設計法を提案した. 提案法では、入射面に到達する光とスクリーンに到達する光との間に連続的な対応関係を求めることができ、連続面から構成される射出面を得ることができる. 対応関係の計算では、微分幾何学の考え方に基づいて、連続性を保証しながらパラメータ化を更新するアプローチをとっ

た. シミュレーションにより、連続的で高品質な集光模様が生成できることを検証し、手法の有効性を確認した. 今後は、高精度なNC加工によって実物を製作し、検証したい.

謝辞

本研究は、科研費(研究活動スタート支援 23800011)の助成を受けたものである.

参考文献

- [1] M. Fuchs, R. Raskar, H.-P. Seidel, H.P.A. Lensch, "Towards passive 6D reflectance field displays," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2008) Vol. 27, No. 3, pp.58:1-58:8 (2008).
- [2] N.J. Mitra, M. Pauly, "Shadow art," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH Asia 2009) Vol.28, No.5, pp.156:1-156:7 (2009).
- [3] M. Alexa, W. Matusik, "Reliefs as images," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2010) Vol. 29, No. 4, pp. 60:1-60:7, (2010).
- [4] Y. Dong, J. Wang, F. Pellacini, X. Tong, B. Guo, "Fabricating spatially-varying subsurface scattering," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2010) Vol. 29, No. 4, pp. 62:1-62:10 (2010).
- [5] M. Hašan, M. Fuchs, W. Matusik, H. Pfister, S. Rusinkiewicz, "Physical reproduction of materials with specified subsurface scattering," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2010) Vol. 29, No. 4, pp.61:1-61:10 (2010).
- [6] C. Regg, S. Rusinkiewicz, W. Matusik, M. Gross, "Computational highlight holography," ACM Transaction on Graphics (Proc. of SIGGRAPH Asia 2010) Vol. 29, No. 6, pp. 170:1-170:12 (2010).
- [7] T. Weyrich, P. Peers, W. Matusik, S. Rusinkiewicz, "Fabricating microgeometry for custom surface reflectance," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2009) Vol. 28, No. 3, pp. 32:1-32:6 (2009).
- [8] M. Finckh, H. Dammertz, H. Lensch, "Geometry construction from caustic images," Proc. of ECCV 2010, pp. 464-477 (2010).
- [9] M. Papas, W. Jarosz, W. Jakob, S. Rusinkiewicz, W. Matusik, T. Weyrich, "Goal-based Caustics," Computer Graphics Forum (Proc. of EUROGRAPHICS 2011) Vol. 30, No. 2, pp.503-511 (2011).
- [10] 楽, 岩崎, 陳, 土橋, 西田, "所望の集光模様を生成する透明物体の一設計法," Visual Computing / グラフィクスとCAD 合同シンポジウム 2011, 発表番号2 (2011).
- [11] Y. Yue, K. Iwasaki, B.-Y. Chen, Y. Dobashi, T. Nishita, "Pixel Art with Refracted Light by Rearrangeable Sticks," Computer Graphics Forum (Proc. of EUROGRAPHICS 2012) Vol.31, No.2, pp.575-582 (2012).
- [12] G. Zou, J. Hu, X. Gu, J. Hua, "Authalic Parameterization of General Surfaces Using Lie Advection," IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol.17, Bo.12, pp. 2005-2014 (2011).
- [13] Y. Yu, K. Zhou, D. Xu, X. Shi, H. Bao, B. Guo, H.-Y. Shum, "Mesh Editing with Poisson-based Gradient Field Manipulation," ACM Transactions on Graphics (Proc. of SIGGRAPH 2004) Vol.23, No.3, pp. 644-651 (2004).
- [14] A. Logg, K.-A. Mardal, G. Wells, "Automated Solution of Differential Equations by the Finite Element Method - The FeniCS Book," Springer Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Vol.84 (2012).