

# レプリカ交換法を用いた新たな大域照明計算法の一検討

楽 詠瀬<sup>1</sup> 大津 久平<sup>1</sup> 侯 啓明<sup>2</sup> 岩崎 慶<sup>3</sup> 陳 炳宇<sup>4</sup> 土橋 宜典<sup>5</sup> 西田 友是<sup>1</sup>

1 東京大学 2 浙江大学 3 和歌山大学 4 國立臺灣大學 5 北海道大学

E-mail: 1: {yonghao, h-otsu, nis}@nis-lab.is.s.u-tokyo.ac.jp, 2: hqm03ster@gmail.com  
3: iwasaki@sys.wakayama-u.ac.jp, 4: robin@ntu.edu.tw, 5: doba@ime.ist.hokudai.ac.jp

## 1. はじめに

大域照明を考慮した写実的なレンダリングは、CG分野における重要な研究テーマの一つである。写実的なレンダリング技法は、計算速度を重視する技法と、計算精度を重視する技法に大別でき、本研究では計算精度を重視する技法に焦点を当て、よりロバストな計算法の開発を目指す。

大域照明計算法の研究は、ラジオシティ法[1,2]に端を発し、近年ではモンテカルロ法[3,4,5,6]に基づいて、光路をランダムにサンプリングし、各々の光路のエネルギーを評価する計算法が主流である。モンテカルロ法を用いることで、任意の BRDF(双方向反射率分布関数)や物体形状を扱うことができ、汎用的な光輸送計算を行うことができる。

各光路が運ぶエネルギーは、一般には光沢反射やコースティクスなどのように、分布が局在化している。モンテカルロ法では、各々の光路を独立に構築するが、こうした局在化した光路を効率よくサンプリングするには、構築した光路の”近傍”を局所的に探索する方が効率が良い。そこで、最先端のレンダリング法では、マルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法[7,8,9]を用いて、光路を変異(反射角を変えたり反射回数を変えたり)しながら新たな光路を構築することで、光路空間の局所探索を行う。

これまでの大域照明計算法の発展に伴って、効率的にレンダリングできるシーンの種類は拡大してきたが、ロバストな計算が難しいシーンは依然多く存在する。代表的な例として、光沢度の高い材質による光沢-光沢相互反射を含むシーン、多数の光源が存在するシーン、複雑な遮蔽が存在するシーンなどが挙げられる。これらのシーンでは、従来の MCMC 法を用いても、光路空間の局在性が高すぎるため、極値から抜け出すことが難しく、探索の効率が低下する問題が起こる。本研究では、よりロバストな大域照明計算を行うため、レプリカ交換法に基づいた新しいレンダリングフレームワークの開発を目指す。

提案法では、光路空間の局在性を段階的に緩和した複数の光路空間を補助的に導入し、入力的光路空間とともに、光路空間の族を考慮する。また、レプリカ交換法に従って、各空間内で独立に光路のサンプリングを行いつつ、時々異なる光路空間間で光路を交換する。変異は、局在性が緩和された空間ほど大きく行うように設計する。これらの改良により、入力的光路空間では小さな変異を行いつつ、局在性の低い光路空間を介して大きな変異が可能となる。このため、極値から抜け出しにくくなる問題が改善され、よりロバストに計算できると期待される。

## 2. 関連研究

ラジオシティ法[1,2]が開発されて以来、大域照明計算法

は様々な発展を遂げてきた。近年では、任意の BRDF や形状を容易に扱えるモンテカルロ法[3,4,5,6]が主流である。

モンテカルロ法は、Kajiya らによって提案されたパストレーシング法[3]において導入された。パストレーシング法では、視点から(複数回の相互反射を経て)光源にたどり着く光路を構築することによって、光路をサンプリングする。この光路の構築を逆方向(光源から始めてスクリーンにたどり着く方向)に行う方法として、リバースパストレーシング法[4]が知られており、コースティクスなどをより効率的に計算できる。Lafortune ら[5]と Veach ら[6]は独立に、視点と光源の双方から光路を構築する、双方向パストレーシング法を提案し、光路のサンプリング効率をさらに改善した。これらのパストレーシングに基づく方法では、一般に材質の BRDF を評価しながら反射方向をランダムに決定する。しかし、エネルギーの高い光路は、必ずしも BRDF 値の高い方向に分布するとは限らず、反射点における局所的な情報である BRDF のみに基づいて光路を構築する方法は必ずしも最適ではない。

Veach ら[7]は、マルコフ連鎖モンテカルロ(MCMC)法を導入して、光路空間における局所探索に基づくメトロポリス光輸送(MLT)法を開発した。MLT では、各光路のエネルギーに比例する確率密度で、その光路をサンプリングすることが目的である。より具体的には、MCMC 法に従って、光路を変異して新しい光路を構築し、変異前と変異後の光路のエネルギー比に応じて、変異した光路を採用するかどうかをランダムに決める。MCMC 法を用いると、光路のエネルギー分布を定常分布とするような、光路の列を作り出すことが可能であり、統計的に不偏で、厳密階に収束する計算を行うことができる。また、変異によってエネルギーの高い領域を集中的に探索できるため、従来のパストレーシングに基づいた方法よりも効率よく計算できる。

MCMC ベースのさらなる改良法として、サンプリング空間(反射角等のサンプリングに用いられる乱数の空間)での変異を考慮することによって、MLT の実装を容易にした PSSMLT 法[8]や、パストレーシングに変異の概念を取り入れた ERPT 法[9]が開発された。また、Jakob ら[10]は、反射におけるハーフベクトルと法線の間を保ったまま、光路を変異することで、光路の変異の成功率を向上した。Kitaoka ら[11]は、コースティクスの扱いを改善するため、レプリカ交換法を用いたレンダリング法を開発した。彼らの方法では、光路を複数のクラス(すべての光路を含むクラスやコースティクスに特化したクラスなど)に分け、これらのクラスごとに独立に MCMC を行いつつ、クラス間で光路を交換することによって、コースティクスに特化した探

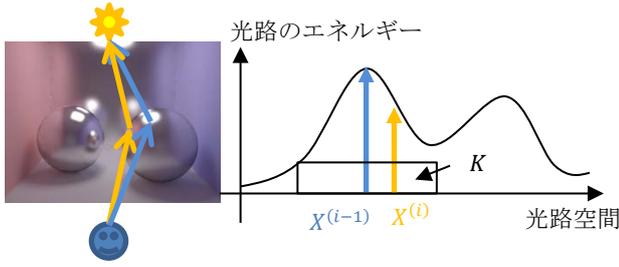


図 1. MCMC 法 の 概 念 図

索を可能にしている。

これまでの MCMC 法に基づくレンダリング技法は、いずれも下記の問題を抱えている。MCMC 法では、光路の変異の設計が重要だが、変異の大きさと光路のエネルギー分布の局在性とが合致しないと、サンプリングの効率が低下することが知られている。光路のエネルギー分布とその局在性は、物体の配置や材質などに応じて異なるため、任意のシーンに対して効率的に機能する変異の設計は難しい。

本研究では、エネルギーの局在性が高いシーンでも、ロバストに光路をサンプリングできる、レプリカ交換法を用いた新しいレンダリングフレームワークの開発を目指す。

### 3. MCMC法

本節では、MCMC 法を紹介し、MLT[7]で用いられている MH(Metropolis-Hastings)アルゴリズムと、レプリカ交換法を紹介する。

#### 3.1. MCMC法の基本概念

MCMC 法では、ランダムサンプル $X$ (レンダリング分野では光路に対応(図 1))を逐次変化させて、 $\{X^{(0)}, X^{(1)}, \dots\}$ という列を作り、 $X^{(i)}$ が対象の分布 $f(X)$ ( $X$ のエネルギー、正規化されてなくてもよい)に従って分布するようにしたい。 $X^{(i)}$ の列を生成するとき、各 $X^{(i)}$ が、直前の $X^{(i-1)}$ のみ依存するとき、この列はマルコフ連鎖と呼ばれる。 $X^{(i-1)}$ から $X^{(i)}$ を生成するには、 $X^{(i-1)}$ の一部(あるいは全部)に変更を加えて(たとえばバスの長さを変えたり、反射角を変えたりするなど)変異させる。このとき、 $X$ から $X'$ に変異が起こる確率を変異カーネルと呼び、 $K(X \rightarrow X')$ により表す。変異カーネルは、ユーザが適切に設計する。下記の詳細つり合い条件とエルゴード性を満足すれば、 $X^{(i)}$ の列は定常分布に収束し、この定常分布は $f(X)$ に一致することが知られている。

詳細つり合い条件とは、

$$f(X)K(X \rightarrow X') = f(X')K(X' \rightarrow X) \quad (1)$$

であり、直感的には $f(X)$ と $f(X')$ の比に応じた流入と流出のつり合いを表す。

エルゴード性とは、任意の初期サンプル $X^{(0)}$ から出発しても、 $X^{(i)}$ の列が目的の定常分布に収束することである。エルゴード性が満足される十分条件は、 $f(X) > 0$ と $f(X') > 0$ を満たす任意の $X$ と $X'$ に対して、 $K(X \rightarrow X') > 0$ が満足されることである。

#### 3.2. MHアルゴリズム

MH(Metropolis-Hastings)アルゴリズムでは、変異カーネルを次のように構成する。まず、ユーザが設計した、エルゴード性を満たす遷移カーネル $T(X \rightarrow X')$ を用いて、 $X$ か

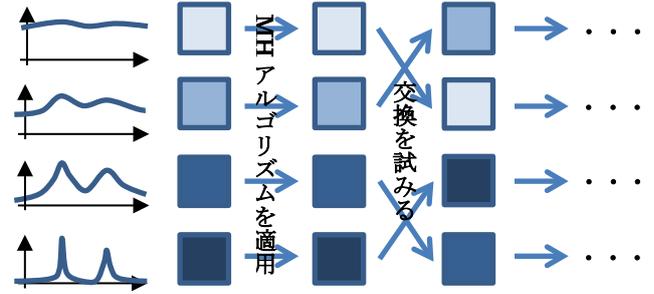


図 2. レプリカ交換法 の 概 念 図

ら $X'$ を生成する。次に $X$ から $X'$ に変異するかどうかを下記で表される採用確率 $a(X \rightarrow X')$ によってランダムに決める。

$$a(X \rightarrow X') = \min\left(1, \frac{f(X')T(X \rightarrow X')}{f(X)T(X' \rightarrow X)}\right) \quad (2)$$

この方法によって、詳細つり合い条件を満たす $X^{(i)}$ の列を生成することができる。

#### 3.3. レプリカ交換法

レプリカ交換法(図 2)は、MH アルゴリズムに基づいており、分布 $f(X)$ の他に、複数の分布 $f_j(X_j)$ ( $j = 1, \dots, m-1$ )を補助的に用いる。便宜上、 $f_0 = f$ と定め、 $j$ をレベルと呼ぶことにする。レプリカ交換法では、各分布に対してサンプル $X_j$ をとり、マルコフ連鎖 $\{X_j^{(0)}, X_j^{(1)}, \dots\}$ を作る。

$\bar{X} = (X_0, X_1, \dots, X_{m-1})$ として各レベルのサンプルをまとめたものを定義し、分布 $f_j(X)$ から $F(\bar{X}) = \prod_{j=0}^{m-1} f_j(X_j)$ を定義すると、レプリカ交換法は、 $F(\bar{X})$ と $\bar{X}$ に対する MH アルゴリズムとみなせる。サンプル $\bar{X}$ に対する変異としては、各レベル内での変異と、レベル間の交換を考慮する。

各レベル内での変異とは、あるレベル $k$ のサンプル $X_k$ を $X'_k$ に変異することである。すなわち、 $\bar{X} = (\dots, X_k, \dots)$ を $\bar{X}' = (\dots, X'_k, \dots)$ に変異する。定義より、 $F(\bar{X}')/F(\bar{X}) = f_k(X'_k)/f_k(X_k)$ である。遷移カーネルは、 $T(\bar{X} \rightarrow \bar{X}') = T(X_k \rightarrow X'_k)$ 、 $T(\bar{X}' \rightarrow \bar{X}) = T(X'_k \rightarrow X_k)$ のように、各レベルの情報のみを使って構成できる。この時、変異の採用確率を

$$a(\bar{X} \rightarrow \bar{X}') = \min\left(1, \frac{f_k(X'_k)T(X_k \rightarrow X'_k)}{f_k(X_k)T(X'_k \rightarrow X_k)}\right) \quad (3)$$

とすれば、詳細つり合い条件を満たす。すなわち、各レベル内での変異は、そのレベルのみを考慮した MH アルゴリズムと同等である。

レベル間の交換では、あるレベル $a$ のサンプル $X_a$ と別のレベル $b$ のサンプル $X_b$ を交換し、 $\bar{X} = (\dots, X_a, \dots, X_b, \dots)$ を $\bar{X}' = (\dots, X_b, \dots, X_a, \dots)$ に変異する。この時、 $F(\bar{X}')/F(\bar{X}) = f_a(X_b)f_b(X_a)/f_a(X_a)f_b(X_b)$ 、また、遷移確率は $T(\bar{X} \rightarrow \bar{X}') = T(\bar{X}' \rightarrow \bar{X}) = 1$ であるので、変異の採用確率を

$$a(\bar{X} \rightarrow \bar{X}') = \min\left(1, \frac{f_a(X_b)f_b(X_a)}{f_a(X_a)f_b(X_b)}\right) \quad (4)$$

とすれば、詳細つり合い条件を満たす。

### 4. 提案法

レプリカ交換法では一般に、補助的な分布 $f_j(X_j)$ ( $j = 1, \dots, m-1$ )として、 $f_0(X_0)$ の局在性を段階的に緩和した分

布を導入する。レベルが高い分布ほど( $j$ が大きいほど)、より均質な状態に近づけることで、採用確率を大幅に減少させることなく、より大きな変異を行うことができる。 $f_0$ のみを用いる MH アルゴリズムに比べて、レプリカ交換法では、レベルの高い分布を介して、より容易に極値から抜け出すことができ、大域的な探索が可能になると期待できる。提案法では、この考え方およびレンダリング方程式に基づき、局在性を緩和した分布を光路空間に導入する。

Veach ら[7]によれば、任意のピクセル $q$ の輝度 $I_q$ は次の three point form のレンダリング方程式で与えられる。

$$I_q = \int_{\Omega} f(q, \bar{x}) d\mu(\bar{x}) \quad (5)$$

ここで、 $\bar{x}$ は任意の経路長の光路を表す。経路長 $k$ の光路とは、 $\bar{x}_k = (\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_k)$ のように、 $(k+1)$ 個の頂点 $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_k$ で表される光路で、最初の頂点 $\mathbf{x}_0$ は光源上の頂点、最後の頂点 $\mathbf{x}_k$ はレンズ上の頂点を表す。 $\Omega$ はすべての経路長の光路からなる空間を表し、 $d\mu(\bar{x}) = dA(\mathbf{x}_0)dA(\mathbf{x}_1) \dots dA(\mathbf{x}_k)$ は光路の測度を表す。 $f(q, \bar{x})$ は measurement contribution function と呼ばれ、任意の経路長 $k$ の光路に対して

$$f(q, \bar{x}_k) = L_e(\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1) G(\mathbf{x}_0 \leftrightarrow \mathbf{x}_1) \cdot \prod_{t=1}^{k-1} f_s(\mathbf{x}_{t-1} \rightarrow \mathbf{x}_t \rightarrow \mathbf{x}_{t+1}) G(\mathbf{x}_t \leftrightarrow \mathbf{x}_{t+1}) \cdot W_e(q, \mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k) \quad (6)$$

と定義される。 $L_e(\mathbf{x}_0 \rightarrow \mathbf{x}_1)$ は光源から放射される輝度、 $f_s(\mathbf{x}_{t-1} \rightarrow \mathbf{x}_t \rightarrow \mathbf{x}_{t+1})$ は BRDF、 $W_e(q, \mathbf{x}_{k-1} \rightarrow \mathbf{x}_k)$ はカメラセンサー感度を表し、 $G(\mathbf{x}_t \leftrightarrow \mathbf{x}_{t+1})$ は、ジオメトリ項で、

$$G(\mathbf{x}_t \leftrightarrow \mathbf{x}_{t+1}) = V(\mathbf{x}_t \leftrightarrow \mathbf{x}_{t+1}) \frac{|\cos\theta_o \cdot \cos\theta_i|}{\|\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t+1}\|^2} \quad (7)$$

と表される。 $V(\mathbf{x}_t \leftrightarrow \mathbf{x}_{t+1})$ は可視関数で、二点間 $\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}$ が可視ならば 1、不可視ならば 0 となる関数である。 $\theta_o$ と $\theta_i$ はそれぞれ、 $\mathbf{x}_t$ から $\mathbf{x}_{t+1}$ に向かうベクトルと、 $\mathbf{x}_t$ における法線と $\mathbf{x}_{t+1}$ における法線のなす角度である。

$f(q, \bar{x})$ は、さらに、

$$f(q, \bar{x}) = h(q, \bar{x}) f(\bar{x}) \quad (8)$$

のように、ピクセル $q$ におけるフィルタリング関数 $h(q, \bar{x})$ と、それ以外の部分 $f(\bar{x})$ とから構成されることができ、 $f(\bar{x})$ は、光路 $\bar{x}$ が運ぶエネルギーを表す関数であり、レプリカ法の $f_0$ として用いる関数である。

光路 $\bar{x}$ からそのエネルギー $f(\bar{x})$ への写像で定義される空間を本稿では光路空間と呼び、局在性を緩和した光路空間とは、光路 $\bar{x}$ から $f_j(\bar{x})$ への写像で、 $f_j(\bar{x})$ のピークの鋭さが $f(\bar{x})$ のピークの鋭さに比べて緩いものをいう。実際に、こうした $f_j(\bar{x})$ を構成するには、光路の measurement contribution function に注目し、その各項のピークを緩めることを考えることができる。カメラセンサー感度 $W_e$ は一般にはほぼ均質なので、 $L_e$ と $G$ と $f_s$ の三つの項を考える。 $f_s$ の緩和は、光沢度を下げることが考えられ、 $G$ の緩和は、可視関数として 0 から 1 までの連続値をとるように拡張することが考えられ、 $L_e$ の緩和は、光源でない物体からも輝度が放射されるようにすることが考えられる。

上記のような局在性の低い光路空間を導入して、レプリカ交換法を用いて、 $f_0$ に沿う光路のサンプリングを容易に

しようというのが提案法の発想である。提案法では、入力されたシーンの情報とはあえて異なる設定での計算を利用することで、入力されたシーンのレンダリングをより効率化することを狙う。

## 5. 本稿でのアプローチ

本稿では、本研究の第一段階として、BRDF を緩和するアプローチをとり、その有効性の検証を試みる。本稿では、物体の材質として拡散反射面と光沢面(あるいはそれらの複合材質)に限定した。光沢面の BRDF は、(実験を簡便にするために)フレネル項を省いた Cook-Torrance モデル

$$f_s = \frac{1}{4} \frac{DG_c}{(N \cdot L)(N \cdot V)} \quad (9)$$

を用いた。ここで、 $L$ は光の入射方向、 $V$ は反射方向、 $N$ は法線方向、 $G_c$ はジオメトリ補正項で、

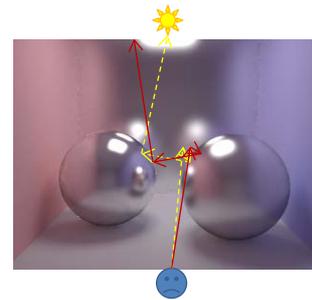
$$G_c = \min\left(2 \frac{(N \cdot H)(N \cdot V)}{V \cdot H}, 2 \frac{(N \cdot H)(N \cdot L)}{V \cdot H}, 1\right) \quad (10)$$

と表される。 $H$ はハーフベクトルである。式(9)の  $D$  が、光沢反射の度合いを主に規定する項で、

$$D = \frac{n^2}{\pi(N \cdot H)^4} e^{-n^2 \left(\frac{1-(N \cdot H)^2}{(N \cdot H)^2}\right)} \quad (11)$$

と表されるベックマン分布で与えられる。ここで、 $n$ は光沢度を表すパラメータで、値が大きいほど、光沢度が高い。

まず、予備実験として、シーンの光沢度が異なる場合の、MLT を用いたレンダリングの収束の様子を調べた(図 3)。光沢度が低い左列の例では、比較的早い段階から、様々な個所の映り込みを探索できており、収束が速い。光沢度が最も高い右列の例では、計算時間が 15 分経過した段階では、奥の壁への、左の球の映り込みがまったく探索できていないことがわかる。球が隣の球に映り込み、さらにその映り込みが奥の壁に映り込む、という現象は、2000 分経過しても十分には探索できていない。したがって、この実験から、光沢度が高い例ほど、収束が遅いと言える。



光沢・光沢反射の扱いが難しい理由を簡単に述べる。左図のように、すでにある黄色の点線の光路が構築されているとし、この光路の反射角を摂動して赤実線の光路を構築する。この場合、摂動が大きすぎると、摂動した

光路が光源に当たらず、光路が運ぶエネルギーが 0 となる。すなわち、もとの光路の周辺領域では、エネルギーが急減するので、光路の摂動が大きすぎると、その光路が採用される確率も急減する。この結果、摂動前の光路に何度もとどまる可能性が高まり、効率が良くない。光路を摂動した場合のエネルギー変化は、光沢反射のローブ(BRDF の形状、主に式(11)で定まる)と関係があり、光沢度が低くてローブが広いほど、大きな摂動を許容できる。

正反射(完全鏡面反射)方向の場合の  $D$  の値に対して、値が半分になるときの法線とハーフベクトルとのなす角度 $\beta$ を用いて、ローブの大きさを定義すると、光沢度 $n$ と $\beta$ は

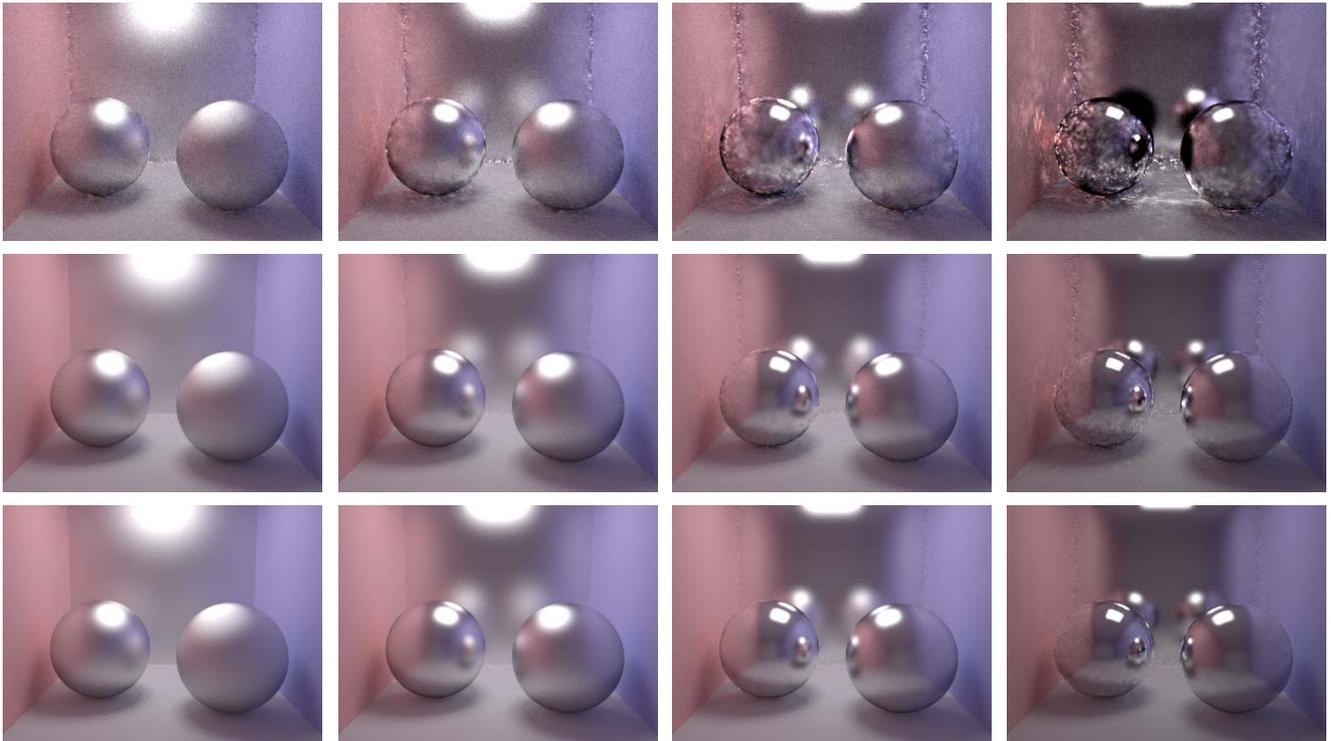


図 3. シーン的光沢度を変えた場合の, MLT による収束の様子. 二つの球と奥の壁は光沢面, その他の面はすべて拡散面. 左列から右列に向かうほど, 光沢面の光沢度が高い. 上段, 中段, 下段: 計算時間 15 分, 480 分, 2000 分の結果.

およそ  $\beta = \sqrt{\ln 2}/n$  の関係にある.

上記関係に基づき, 提案法では局在性を緩和した光路空間を, レベルが一つ上がるごとに, ロープの広さが倍になるように構成する. すなわち, シーンの最大光沢度  $n_M$  ならば, レベルの数  $m$  は  $m = \log_2 n_M$  とし, レベル  $k$  の最大光沢度  $n_k$  が  $n_k = 2(n_M/2)^{\frac{m-1-k}{m-1}}$  となるように, 光沢度をスケールリングする. レベル  $k$  の最大摂動角度は,  $2\sqrt{\ln 2}/n_k$  とした. なお, レプリカの交換は近隣のレベル間でのみ行った.

## 6. 実験結果

実験には, Intel Core i7 3930K の CPU を搭載した PC を使用した. 図 4 に同じ計算時間での MLT と提案法によるレンダリング結果の比較を示す. 赤枠内は, 片方の球がもう片方の球に映り込み, さらにそれが奥の壁に映り込むという複雑な光沢-光沢反射が起こる領域である. MLT では, 計算時間が 15 分経過しても, 左の球が奥の壁に映り込む状況を全く探索できていないのに対し, 提案法では, すでに大まかな映り込みを探索できている. また, 2000 分経過しても, MLT では, 球に映り込んだ球がさらに奥の壁に映り込む状況を探索できておらず, 提案法では, この部分を探索できている. これらの結果から, MLT に比べて, 提案法の方がより効率的に, 空間全体を探索できていることがわかる.

## 7. まとめと今後の課題

本稿では, よりロバストな大域照明計算を行うため, 光路空間の局在性の緩和に基づいたレプリカ交換法ベースの新しいレンダリングフレームワークを提案した. 提案法では, 光路空間の局在性を段階的に緩和した複数の光路空間を補助的に導入し, 入力的光路空間とともに, 光路空間の

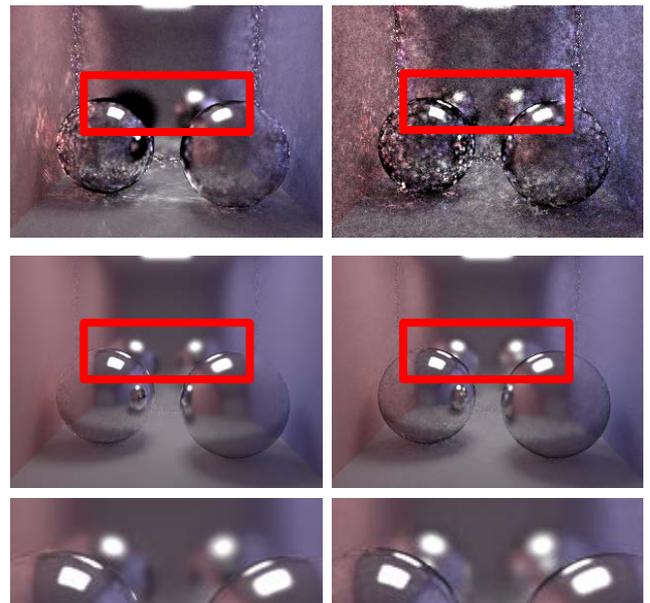


図 4. MLT(左列)と提案法(右列)の比較. 赤枠内は複雑な光沢-光沢反射が起こる領域. 上段, 中段: 計算時間 15 分, 2000 分の結果. 下段: 中段の赤枠領域の拡大図.

族を考慮する. また, レプリカ交換法に従って, 各空間内で独立に光路のサンプリングを行いつつ, 異なる光路空間間で光路を交換する. 局在性が緩和された空間ほど, 大きな変異を行うように設計することで, 入力的光路空間では小さな変異を行いつつ, 局在性の低い光路空間を介して大きな変異が可能となる.

本稿では, BRDF を緩和するアプローチについて検証した. 複雑な光沢-光沢相互反射を含むシーンにおいて, MLT 法よりも提案法の方が, より効率的に空間全体を探索でき

ていることが確認され、提案法の有効性が確認された。

今後の課題としては、屈折面に対して拡張することや、ジオメトリ項および光源の放射輝度に対する局在性の緩和の試みが考えられる。また、他のシーンをを用いるなど、より詳細な評価を行うことも必要と考えている。

## 参考文献

- [1] T. Nishita, E. Nakamae, “Continuous tone representation of three-dimensional objects taking into account of shadows and interreflection,” In Proc. of SIGGRAPH ’85, pp. 23-30 (1985)
- [2] M. F. Cohen, D. P. Greenberg, “The hemi-cube: a radiosity solution for complex environments,” In Proc. of SIGGRAPH ’85, pp. 31-40 (1985)
- [3] J. T. Kajiya, “The rendering equation,” In Proc. of SIGGRAPH ’86, pp. 143-150 (1986)
- [4] J. Arvo, “Backward ray tracing,” In ACM SIGGRAPH ’86 Course Notes – Developments in Ray Tracing, pp. 259-263 (1986)
- [5] E. P. Lafortune, Y. D. Willems, “Bi-directional path tracing,” In Proc. of COMPUGRAPHICS ’93, pp. 145-153 (1993)
- [6] E. Veach, L. J. Guibas, “Optimally combining sampling techniques for Monte Carlo rendering,” In Proc. of SIGGRAPH ’95, pp. 419-428 (1995)
- [7] E. Veach, L. J. Guibas, “Metropolis light transport,” In Proc. of SIGGRAPH ’97, pp. 65-76 (1997)
- [8] C. Kelemen, L. Szirmay-Kalos, G. Antal, F. Csonka, “A Simple and Robust Mutation Strategy for the Metropolis Light Transport Algorithm,” Computer Graphics Forum, 21(3) (Proc. of EUROGRAPHICS 2002), pp. 531-540 (2002)
- [9] D. Cline, J. Talbot, P. Egbert, “Energy redistribution path tracing,” ACM Transactions on Graphics, 24(3) (Proc. SIGGRAPH 2005), pp. 1186-1195 (2005)
- [10] W. Jakob, S. Marschner, “Manifold exploration: a Markov Chain Monte Carlo technique for rendering scenes with difficult specular transport,” ACM Transactions on Graphics, 31(4) (Proc. SIGGRAPH 2012), Article No. 58 (2012)
- [11] S. Kitaoka, Y. Kitamura, F. Kishino, “Replica exchange light transport,” Computer Graphics Forum, 28(8), pp. 2330-2342 (2009)